MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE

وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

Livre de l'élève

Mathématiques

Deuxième Préparatoire - Premier Semestre

2025 - 2026

للطبع والنشر والتوزيع

MATHÉMATIQUES

Deuxième Préparatoire - Premier Semestre 2025 - 2026

Livre de l'élève

Préparé Par

M. Osama Zaid Sharif
Prof. Dr. Samar Abdel Fattah Lasheen
Prof. Adj. Dr. Amal El-Shahat Hafez
M. Magdy Abdel Fattah El-Safty
M. Ibrahim Abdel Latif El-Saghir
M. Bassem Magdy Roushdy
Mr. Islam Mohamed Ibrahim
M. Sameh Labib Attia

Révisé Par

Prof. Dr. Galal Mahrous Metemed
Prof. Dr. Reda Abu Olwan El-Sayed
Prof. Dr. Hoda Kamal Mohamed El-Sayed
Prof. Dr. Ahmed Abdel Kader Ramadan
Dr. Mohamed Mohey El-Din Abdel Salam
Prof. Manal Abbas Ahmed Azkol

Supervision

Dr. Akram Hassan Mohamed
Assistant du ministre pour le développement des programmes éducatifs
Superviseur de la direction centrale pour le développement des programmes

Nom: ____________________

Classe: ____________________

École: ____________________

Présentation

Dans le cadre du développement continu du système éducatif et afin de compléter le système de développement initié depuis la maternelle jusqu'à la fin du secondaire, conformément à la vision de l'Égypte (2030) et au plan du ministère pour le développement de l'éducation, ce manuel a été préparé pour poursuivre le processus de développement des programmes d'enseignement au cycle préparatoire, afin d'initier un tournant qualitatif dans la manière de préparer les élèves égyptiens à relever les défis de l'avenir.

Nous sommes heureux de présenter ce manuel de mathématiques destiné à la deuxième année du cycle préparatoire pour le premier semestre, qui comprend un ensemble de tâches et de performances permettant aux élèves de résoudre les problèmes mathématiques, contribuant ainsi à la réalisation des objectifs éducatifs pour faire face aux défis du 21e siècle, marqué par une révolution accélérée dans les domaines de l'information et des technologies de communication.

Le programme actuel vise à initier un tournant qualitatif dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Il aspire également à fournir un moyen pratique pour atteindre les objectifs éducatifs en intégrant les étapes suivantes:

- Assurer le rôle actif de l'élève dans le processus d'apprentissage.
- Intégrer dans le programme les connaissances, les compétences, les valeurs et les tendances positives nécessaires à l'apprentissage et à la citoyenneté bonne, au travail productif et à la participation active à la réalisation des programmes de développement durable.
- Intégrer dans le programme les tendances positives modernes dans l'élaboration des programmes, telles que les compétences de réflexion, les compétences en résolution de problèmes, les compétences d'apprentissage autonome, l'apprentissage coopératif et la bonne communication avec les sources de connaissance.
- Développer les compétences de performance en mettant l'accent sur l'apprentissage autonome et le travail coopératif.
- Assurer l'intégration entre les mathématiques et les autres matières enseignées aux différents niveaux scolaires.
- Offrir aux élèves la possibilité de choisir des activités adaptées à leurs capacités , leurs inclinations et leurs besoins.

Nous demandons à Allah Tout-Puissant que ce manuel soit bénéfique et qu'il fasse partie d'un grand effort national et continu pour élever l'Égypte parmi les pays développés, garantissant un avenir prometteur pour tous ses élèves. Nous vous souhaitons également une année scolaire pleine de réussite et d'excellence.

Dieu est le Donateur du succès

L'équipe des auteurs

Table des matières

Deuxième Préparatoire - Premier semestre

Les nombres et les opérations sur les nombres

1-1 Les nombres réels 2

1-2 Les intervalles et les opérations sur les intervalles 8

1-3 Les opérations sur les nombres réels 14

1-4 Les lois des racines carrées et cubiques 20

1-5 Les lois des exposants dans les nombres réels 25

L'algèbre

2-1 La factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur 33

2-2 La factorisation d'un trinôme 39

2-3 La factorisation des cas particuliers 46

2-4 La factorisation par partition 53

La géométrie

3-1 La congruence 62

3-2 Le théorème de Pythagore et sa réciproque 70

3-3 Les applications du parallélisme 78

3-4 Les médianes d'un triangle 83

3-5 Le triangle isocèle 89

3-6 Les angles intérieurs et extérieurs des polygones 97

Les statistiques

4-1 Le tableau des effectifs cumulés croissants et sa représentation graphique 106

4-2 Les mesures de la tendance centrale du tableau des données par intervalles 112

UNITÉ 1

Les nombres et les opérations sur les nombres

Leçons de l'unité

1-1 Les nombres réels

1-2 Les intervalles et les opérations sur les intervalles

1-3 Les opérations sur les nombres réels

1-4 Les lois des racines carrées et cubiques

1-5 Les lois des exposants dans les nombres réels

Les nombres réels constituent la structure fondamentale de toutes les opérations mathématiques dans les systèmes d'intelligence artificielle. Sans eux, nous ne pouvons pas représenter le monde réel avec précision. Alors, la relation entre l'intelligence artificielle et les nombres réels est une relation d'intégration fondamentale entre les mathématiques et la technologie.

▶ **Peut-on développer le rôle des nombres réels dans la construction et l'entraînement des algorithmes d'intelligence artificielle?**

Les enjeux et les compétences de la vie
- La pensée critique
- La pensée créative
- Le développement durable
- La communication mathématique

Les valeurs
- Le respect de l'autre
- La conscience environnementale
- La responsabilité
- La conscience de la sécurité alimentaire

Leçon
1 - 1 Les nombres réels

Résultats d'apprentissage

- Définir la notion de nombre irrationnel.
- Estimer la valeur approximativement d'un nombre irrationnel et la représenter sur une droite numérique.
- Reconnaître l'ensemble de nombres réels.
- Classer un ensemble de nombres réels par ordre décroissant ou croissant.
- Résoudre des équations dans l'ensemble de nombres réels.

Vocabulaire

- Le nombre irrationnel
- Les nombres réels

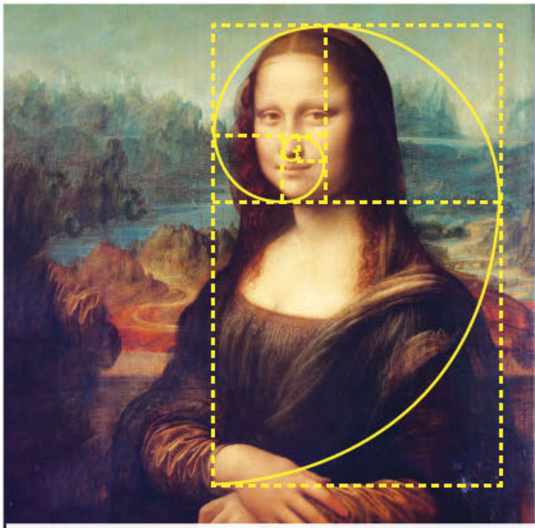
Information précédente

Un nombre rationnel est n'importe quel nombre qui peut être écrit sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux nombres entiers, $b \neq 0$ et l'ensemble des nombres rationnels est noté par le symbole Q.

▸ Donne des exemples de nombres rationnels.

Sois prêt!

Le rectangle d'or est le rectangle dont le rapport entre sa longueur et sa largeur est égal à $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Ce rapport est appelé «le nombre d'or» et il est symbolisé par le symbole φ. C'est un rapport qui apparaît dans de nombreux aspects de la nature et les artistes l'ont utilisé dans leurs créations pour l'esthétique et l'harmonie qu'il confère au dessin. Le tableau de La Joconde de Léonard de Vinci est l'une des œuvres d'art les plus célèbres qui aient appliqué ce rapport. Pourquoi ce nombre d'or n'est-il pas considéré comme un nombre rationnel?



Le tableau de La Joconde

Dans cette leçon, tu apprendras le concept de nombre irrationnel ainsi que tu reconnaîtras un nouvel ensemble de nombres, les nombres réels, qui te permettra de répondre à des questions telles que celles-ci.

Réfléchis et discute!

Tu as devant toi un ensemble de nombres. Explique comment tu peux les classer du plus petit au plus grand. Discute avec tes camarades.

$\sqrt{40}$ 6 4 $\sqrt{12}$

Apprends!

Les nombres irrationnels

Un nombre irrationnel est un nombre qui ne peut pas être écrit sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux nombres entiers, $b \neq 0$ et l'ensemble des nombres irrationnels est noté par le symbole $Q^`$

Exemples de nombres irrationnels:

▶ La racine carrée de n'importe quel nombre qui n'est pas un carré parfait, tel que: $\sqrt{2}$ où $\sqrt{2} \approx 1{,}414213562$ ...

▶ La racine cubique de n'importe quel nombre qui n'est pas un cube parfait, tel que: $\sqrt[3]{5}$ où $\sqrt[3]{5} \approx 1{,}709975947$ ...

Remarque que

La calculatrice donne des valeurs approximatives pour les nombres irrationnels tels que $\sqrt{2}$ et $\sqrt[3]{5}$ où la fraction décimale est infinie et non périodique. Il n'est donc pas possible d'écrire de tels nombres sous la forme d'un nombre rationnel.

■ Auto-évaluation ①

Parmi les nombres suivants, lesquels sont rationnels et lesquels sont irrationnels?

$-\sqrt{4}$	17	$\sqrt{8}$
$0,\overline{2}$	$0,3$	$1\frac{1}{2}$
0	25%	$\sqrt[3]{25}$
$\sqrt{5}+1$	$\sqrt[3]{\lvert -64 \rvert}$	

■ Information enrichissante

Tous les nombres irrationnels ne sont pas seulement des racines, mais il existe d'autres nombres irrationnels tels que:

- Le nombre π où $\pi \approx 3,141592654\ldots$ et qui est égal au rapport entre le périmètre d'un cercle et le diamètre de celui-ci.
- Le nombre d'or φ où: $\varphi \approx 1,618033989\ldots$ et il s'agit d'un rapport particulier associé à la beauté et à l'harmonie des formes.

■ Remarque que

$9 < 11 < 16$ est une inégalité à trois côtés, ce qui signifie que: le nombre 11 est plus grand que le nombre 9 $(9 < 11)$ et que le nombre 11 est plus petit que le nombre 16 $(11 < 16)$

C'est-à-dire que: le nombre 11 se situe entre les nombres 9 et 16.

Exemple 1

Parmi les nombres suivants, lesquels sont rationnels et lesquels sont irrationnels? Indique la raison.

① -12 ② $\sqrt{25}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt[3]{-27}$

⑤ $2\frac{2}{5}$ ⑥ $-\sqrt[3]{10}$ ⑦ $0,125$ ⑧ $3,\overline{6}$

■ Réfléchis

Un nombre peut-il être à la fois rationnel et irrationnel?

✓

▶ Chacun des nombres suivants est un nombre rationnel.

-12 , $\sqrt{25}$, $\sqrt[3]{-27}$, $2\frac{2}{5}$, $0,125$ et $3,\overline{6}$

Car chacun d'entre eux peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux nombres entiers et $b \neq 0$, comme suit:

$-12 = \frac{-12}{1}$	$\sqrt{25} = 5 = \frac{5}{1}$
$\sqrt[3]{-27} = -3 = \frac{-3}{1}$	$2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$
$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$	$3,\overline{6} = \frac{11}{3}$

■ Rappelle-toi que

Le nombre $3,\overline{6}$ est un nombre décimal infini (périodique) et donc un nombre rationnel

$3,\overline{6} = 3,6666\ldots = \frac{11}{3}$

▶ Chacun des deux nombres $\sqrt{13}$ et $-\sqrt[3]{10}$ est un nombre irrationnel.

En effet, le nombre 13 n'est pas un carré parfait et le nombre 10 n'est pas un cube parfait et ainsi aucun d'eux ne peut être écrit sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont deux nombres entiers et $b \neq 0$.

Trouver une valeur approchée pour un nombre irrationnel

Tout nombre irrationnel se situe entre deux nombres rationnels et il peut être représenté sur la droite numérique par un point situé entre ces deux nombres.

Exemple 2

Trouve deux nombres entiers consécutifs entre lesquels se trouvent chacun des deux nombres suivants et détermine sa position approximative sur la droite numérique.

① $\sqrt{11}$ ② $\sqrt[3]{20}$

✓ ① Trouve deux nombres entiers consécutifs, chacun étant un carré parfait, entre lesquels se trouve le nombre 11.

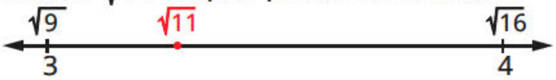
▶ Le nombre 11 se trouve entre les nombres 9 et 16.

$\because 9 < 11 < 16$ $\therefore \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ $\therefore 3 < \sqrt{11} < 4$

$\therefore$ Le nombre $\sqrt{11}$ se trouve entre les nombres 3 et 4.

Et puisque le nombre 11 est plus proche du nombre 9 que du nombre 16,

alors le nombre $\sqrt{11}$ est plus proche du nombre 3.



■ Auto-évaluation (2)

Trouve la valeur correcte de n qui vérifie:
$n < \sqrt{17} < n+1$,
puis trouve une valeur approchée au dixième près du nombre $\sqrt{17}$ et détermine sa position approximative sur la droite numérique.

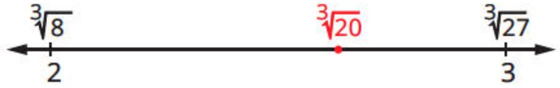
(2) Trouve deux nombres entiers consécutifs où chacun d'eux soit un cube parfait et que le nombre 20 se trouve entre eux.

► Le nombre 20 se trouve entre les nombres 8 et 27

$\because 8 < 20 < 27 \qquad \therefore \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{27} \qquad \therefore 2 < \sqrt[3]{20} < 3$

$\therefore$ Le nombre $\sqrt[3]{20}$ se trouve entre les nombres 2 et 3

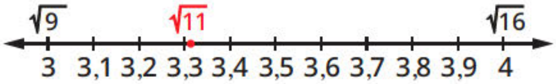
Et puisque le nombre 20 est plus proche du nombre 27 que du nombre 8, alors le nombre $\sqrt[3]{20}$ est plus proche du nombre 3.



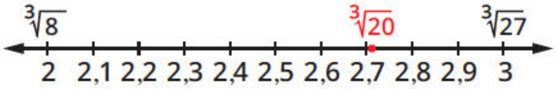
■ Utilisation de la technologie

Tu peux utiliser une calculatrice pour trouver de meilleures valeurs approchées pour un nombre irrationnel, par exemple:

- $\sqrt{11} \approx 3{,}3$



- $\sqrt[3]{20} \approx 2{,}7$



■ Remarque que

Le rapport entre la longueur du rectangle d'or et sa largeur est égale à

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6$

et a été estimé dans l'exemple (3) à environ 1,5, c'est-à-dire que la longueur du rectangle d'or est approximativement égale à une fois et demie de sa largeur.

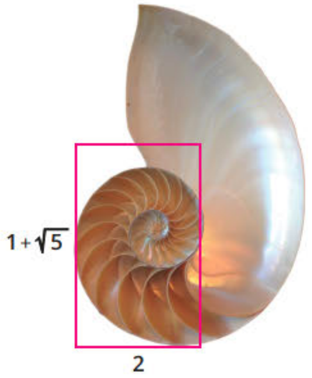
■ Auto-évaluation (3)

Une pièce carrée a une aire du sol de 15 m^2. Ahmed veut entourer son sol d'une bande décorative. Estime la longueur de cette bande.

Exemple (3)

Nature: Le rectangle d'or se trouve dans la coquille d'un organisme marin et le rapport entre sa longueur et sa largeur est égal à $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Estime cette valeur.



✔

Estime d'abord la valeur de $\sqrt{5}$ comme suit:

$\because$ Le nombre 5 se trouve entre les deux nombres carrés parfaits 4 et 9

$\therefore 4 < 5 < 9 \qquad \therefore \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \qquad \therefore 2 < \sqrt{5} < 3$

$\because$ Le nombre 5 est plus proche du nombre 4 que du nombre 9

$\therefore \sqrt{5}$ est plus proche du nombre 2.

Utilise « $\sqrt{5} \approx 2$ » pour estimer la valeur de l'expression $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{1+2}{2} \qquad \therefore \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}5$

Les nombres réels

L'ensemble des nombres réels est l'ensemble formé par l'union de l'ensemble des nombres rationnels et de l'ensemble des nombres irrationnels et il est symbolisé par le symbole R

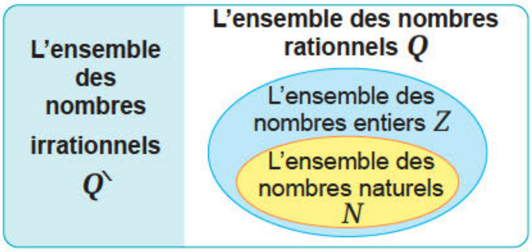
c'est-à-dire que $R = Q \cup Q'$ **où** $Q \cap Q' = \varnothing$

Le diagramme de Venn ci-contre illustre la relation entre les ensembles de nombres, où:

$N \subset Z \subset Q \subset R$

$Q' \subset R$

L'ensemble des nombres réels R



Exemple 4

Mets dans la case vide le symbole approprié parmi les deux symboles $\in$ ou $\notin$:

1. $0,\overline{63}$ ☐ Q'
2. $\sqrt{5}$ ☐ R
3. $|-4|$ ☐ N
4. $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ ☐ Z
5. $\sqrt[3]{3}$ ☐ Q
6. $\sqrt{-1}$ ☐ R

✔ (1) $\notin$ (2) $\in$ (3) $\in$ (4) $\notin$ (5) $\notin$ (6) $\notin$

Information précédente

Il n'existe pas de racine carrée pour un nombre rationnel négatif.

Résolution des équations

Exemple 5

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes:

1. $X^2 - 3 = 2$ où $X \in Q'$
2. $4X^3 = -32$ où $X \in Q'$
3. $\frac{1}{2}X^2 + 1 = -4$ où $X \in R$
4. $5X^3 - 1 = 4X^3 + 8$ où $X \in R$

✔ (1) $\because X^2 - 3 = 2$

$\therefore X^2 = 2 + 3 = 5$

$\therefore X = \pm\sqrt{5} \in Q'$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{\sqrt{5}; -\sqrt{5}\}$

(2) $\because 4X^3 = -32$

$\therefore X^3 = \frac{-32}{4} = -8$

$\therefore X = \sqrt[3]{-8} = -2 \notin Q'$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \varnothing$

(3) $\because \frac{1}{2}X^2 + 1 = -4$

$\therefore \frac{1}{2}X^2 = -4 - 1 = -5$

$\therefore X^2 = -5 \times 2 = -10$

$\therefore X = \pm\sqrt{-10} \notin R$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \varnothing$

(4) $\because 5X^3 - 1 = 4X^3 + 8$

$\therefore 5X^3 - 4X^3 = 8 + 1$

$\therefore X^3 = 9$

$\therefore X = \sqrt[3]{9} \in R$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{\sqrt[3]{9}\}$

Auto-évaluation (4)

Écris tous les ensembles possibles parmi les ensembles de nombres (N, Z, Q, Q', R) auxquels appartiennent chacun des nombres suivants:

1. $\sqrt{10}$
2. $\sqrt{100}$
3. $0,\overline{25}$
4. $-\sqrt[3]{8}$
5. $\sqrt[3]{9}$

Auto-évaluation (5)

Trouve l'ensemble des solutions pour chacune des équations suivantes:

1. $\frac{1}{3}X^3 + 9 = 0$
2. $\frac{3}{4}X^2 = \frac{9}{2}$
3. $2(X^2 - 1) = -10$

Si l'ensemble de substitution est:

Premièrement: Q'

Deuxièmement: R

Activité collaborative

Utilise différentes sources (par exemple: Le réseau d'Internet, la bibliothèque de ton école ou ...) et coopère avec tes camarades sous la supervision de ton enseignant pour en savoir plus sur le nombre d'or φ,son histoire et ses différentes utilisations dans l'architecture et les arts.

Évaluation de la leçon

Premièrement Mesurer les concepts

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① Lequel des nombres suivants est un nombre irrationnel?

(a) $0,\overline{3}$ (b) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ (c) $\sqrt{5}$ (d) $\sqrt[3]{-125}$

② Si $X \in Z$ et $X < \sqrt{29} < X + 1$, quelle est la valeur de X?

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7

③ Quelle est la valeur approchée du nombre $\sqrt{41}$ au nombre entier le plus proche?

(a) 6 (b) 7 (c) 36 (d) 49

④ Quelle est la valeur approchée du nombre $\sqrt[3]{25}$ au nombre entier le plus proche?

(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 12,5

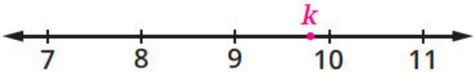
⑤ Lequel des nombres suivants est un nombre irrationnel qui compris entre 2 et 3?

(a) $2,\overline{5}$ (b) $\sqrt{10}$ (c) $\sqrt{6,25}$ (d) $\sqrt[3]{9}$

⑥ Si $1 < \sqrt{n} < 2$, laquelle des valeurs suivantes est une valeur possible pour le nombre n?

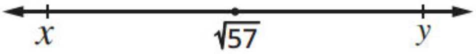
(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 8

⑦ Lequel des nombres suivants est le mieux représenté par le point k sur la droite numérique suivante?



(a) $\sqrt{86}$ (b) $\sqrt{96}$ (c) $\sqrt{81}$ (d) $\sqrt{78}$

⑧ Si x et y sont deux nombres entiers consécutifs, quelle est la valeur de $x + y$?



(a)11 (b) 13 (c) 15 (d) 17

▸ **Discute:**

⑨ Hamza et Aser ont répondu à la question suivante:
Trouve deux nombres entiers consécutifs qui en cadrent le nombre irrationnel $-\sqrt{5}$

La solution de Hamza:	La solution d'Aser:
$4 < 5 < 9$	$-9 < -5 < -4$
$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$	$-\sqrt{9} < -\sqrt{5} < -\sqrt{4}$
$2 < \sqrt{5} < 3$	$-3 < -\sqrt{5} < -2$
$-3 < -\sqrt{5} < -2$	

Lequel d'entre eux a suivi la méthode correcte pour la solution?

Deuxièmement Appliquer les concepts

⑩ **Classe chacun des nombres dans le tableau ci-contre comme rationnel ou irrationnel en expliquant ton choix:**

0,323232...	$-\sqrt[3]{64}$	$1,\overline{6}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	$\frac{12}{31}$	$\sqrt{6}$
$\sqrt[3]{16}$	17%	$2\frac{2}{3}$	$\sqrt[3]{-27}$	$-\sqrt{121}$	0

▸ **Trouve deux nombres entiers consécutifs qui en cadrent chaque nombre des nombres suivants et indique sa place approximative sur la droite numérique:**

⑪ $\sqrt{5}$ ⑫ $\sqrt{13}$ ⑬ $-\sqrt{11}$ ⑭ $\sqrt[3]{14}$

▸ **Mets dans chaque case l'un des symboles <, >, ou = pour que l'expression soit correcte:**

(15) $\sqrt{96}$ ☐ 14 (16) $-\sqrt{7}$ ☐ $-2{,}6$ (17) $\sqrt[3]{25}$ ☐ $\sqrt{9}$

(18) **Mets en ordre les nombres:** $6{,}3\overline{6}$, $6\frac{4}{5}$, 7 , $\sqrt{40}$ du plus petit au plus grand.

▸ **Trouve dans R l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes:**

(19) $x^3 - 11 = 5$ (20) $2x^3 + 13 = 67$ (21) $3x^2 - 1 = -13$

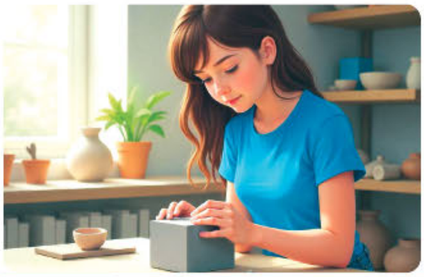
▸ **Trouve dans Q' l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes:**

(22) $2x^2 - 3 = 9$ (23) $6x^2 - 3 = 4x^2 + 7$ (24) $2(x^3 + 1) = 18$

Troisièmement — L'analyse et l'intégration des disciplines

(25) **Géométrie:** Un carré d'une aire de 29 cm^2. Auxquels des ensembles de nombres suivants appartient la longueur de son côté? Détermine tous les ensembles possibles.

☐ R ☐ Q ☐ Q' ☐ Z ☐ N



Les arts contribuent au développement de la créativité et de l'innovation chez l'individu.

(26) **Arts:** Samar a façonné un morceau d'argile en forme de cube d'une aire totale de 300 cm². Trouve la longueur de son arête. La longueur de l'arête est-elle un nombre rationnel?

(27) **Géométrie:** Lequel est le plus grand: la longueur d'un côté d'un carré dont l'aire est de 16 cm^2 ou la longueur d'une diagonale d'un carré dont l'aire est de 9 cm^2?

(28) **Agriculture:** Un jardin de forme rectangulaire a une aire de 80 m^2, sa longueur est le double de sa largeur. Trouve la longueur et la largeur au mètre près.

Les jardins purifient l'air et améliorent la santé mentale des individus.

(29) Quelle est la plus petite valeur correcte de la variable n qui rend les deux nombres $\sqrt{41 + n}$ et $\sqrt{2n + 20}$ un nombre rationnel?

Pensée créative

(30) Trouve un nombre irrationnel qui compris entre $0{,}\overline{3}$ et $0{,}\overline{6}$

(31) Si $10 < \sqrt{x} < 11$ et $12 < \sqrt{y} < 13$ où x et y sont deux nombres entiers positifs, trouve la plus grande valeur de l'expression $y - x$.

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des nombres réels?
Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon
1 - 2 Les intervalles et les opérations sur les intervalles

■ Résultats d'apprentissage

- Définir la notion d'intervalle comme un sous-ensemble de l'ensemble des nombres réels.
- Représenter un intervalle sur la droite numérique.
- Effectuer les opérations d'intersection, d'union, de différence et de complémentaire sur les intervalles.
- Utiliser le concept des intervalles pour résoudre des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- Intervalle
- Intervalle borné
- Intervalle non borné
- Intervalle fermé
- Intervalle ouvert
- Intersection
- Union
- Différence
- Complémentaire
- L'ensemble universel
- Infini

Sois prêt!

Les récifs coralliens et les poissons à la mer Rouge

La ville de Hurghada est l'une des zones de plongée les plus reputées au monde, où les touristes peuvent s'amuser de l'expérience de la plongée dans les eaux de la mer Rouge pour observer les magnifiques récifs coralliens et les poissons variés.
Lors d'une excursion de plongée à Hurghada, les plongeurs ont voulu observer deux espèces de poissons ensemble, sache que:

- Le premier espèce vit à des profondeurs comprises entre 15 m et 60 m.
- Le deuxième espèce vit à des profondeurs comprises entre 10 m et 25 m. Magdi a plongé à une profondeur de 30 m et Amal a plongé à une profondeur de 12 m, tandis que Bassem a plongé à une profondeur de 20 m. Lequel d'entre eux peut voir les deux espèces ensemble?

Dans cette leçon, tu apprendras la notion d'intervalle, les types d'intervalles et les opérations sur les intervalle, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!

Dans l'un des jours, les horaires des cours de Mostafa à l'université étaient comme suit:
De 9:00h du matin à 12:00h du midi, puis de 2:00h de l'après-midi à 4:00h de l'après-midi. Si les horaires du centre sportif de l'université étaient tous les jours de 10:00h du matin à 1:00h de l'après-midi, quel est l'intervalle des heures qui convient à Mostafa pour faire du sport au centre sportif à l'université ce jour-là sans que cela n'affecte sa présence en cours? Discute.

Apprends!

Les intervalles

- **N'importe quels deux nombres réels entre lesquels se trouve un nombre infini de nombres réels.**
- **Il n'est pas possible d'exprimer l'ensemble des nombres réels et ses sous-ensembles par la méthode de la liste ,car il est impossible de lister tous ses éléments. On utilise donc une autre méthode pour les exprimer, à savoir les "intervalles".**

Premièrement Les intervalles bornés

Si a et b sont deux nombres réels où $a < b$, alors:

L'ensemble des nombres réels supérieurs ou égaux à a et inférieurs ou égaux à b
$\{X : X \in R \,;\, a \leq X \leq b\} = [a\,;\,b]$

L'ensemble des nombres réels supérieurs à a et inférieurs à b
$\{X : X \in R \,;\, a < X < b\} =]a\,;\,b[$

L'ensemble des nombres réels supérieurs ou égaux à a et inférieurs à b
$\{X : X \in R \,;\, a \leq X < b\} = [a\,;\,b[$

L'ensemble des nombres réels supérieurs à a et inférieurs ou égaux à b
$\{X : X \in R \,;\, a < X \leq b\} =]a\,;\,b]$

Remarque que

- $[a\,;\,b]$ est un intervalle fermé.
  $a \in [a\,;\,b]$ et $b \in [a\,;\,b]$
- $]a\,;\,b[$ est un intervalle ouvert
  $a \notin]a\,;\,b[$ et $b \notin]a\,;\,b[$
- $[a\,;\,b[$ est un intervalle semi-ouvert ou semi-fermé
  $a \in [a\,;\,b[$ et $b \notin [a\,;\,b[$
- $]a\,;\,b]$ est un intervalle semi-ouvert ou semi-fermé
  $a \notin]a\,;\,b]$ et $b \in]a\,;\,b]$

Exemple 1

1. Écris sous forme d'intervalle, puis représente sur la droite numérique l'ensemble A:
   $A = \{X : X \in R \,;\, 1 < X \leq 3\}$
   Est-ce que $\sqrt{2} \in A$?

2. Écris sous forme d'intervalle, puis représente sur la droite numérique l'ensemble B:
   $B = \{X : X \in R \,;\, -2 < X < 2\}$
   Est-ce que $\sqrt[3]{-9} \in B$?

✓

(1) $A =]1\,;\,3]$

En utilisant la calculatrice:

$\sqrt{2} \approx 1{,}4$

$\therefore 1 < \sqrt{2} \leq 3$

$\therefore \sqrt{2} \in \,]1\,;\,3]$

(2) $B =]-2\,;\,2[$

En utilisant la calculatrice:

$\therefore \sqrt[3]{-9} \approx -2{,}08$

$\therefore \sqrt[3]{-9} < -2$

$\therefore \sqrt[3]{-9} \notin \,]-2\,;\,2[$

Auto-évaluation (1)

Écris sous forme d'intervalle, puis représente sur la droite numérique chacun des deux ensembles suivants.

1. $\{X : X \in R \,;\, -1 < X < 5\}$
2. $\{X : X \in R \,;\, 0{,}5 \leq X < \sqrt{9}\}$

Deuxièmement Les intervalles non bornés

- L'ensemble des nombres réels s'étend sur la droite numérique dans la direction positive jusqu'à l'infini (∞) et s'étend dans la direction négative jusqu'à l'infini ($-\infty$)
- Les symboles ∞ et $-\infty$ sont utilisés pour exprimer les ensembles infinis comme suit:

Si $a \in R$, alors:

L'ensemble des nombres réels supérieurs ou égaux à a

$\{X : X \in R;\ X \geq a\} = [a\ ;\ \infty[$

L'ensemble des nombres réels inférieurs ou égaux à a

$\{X : X \in R;\ X \leq a\} =]-\infty\ ;\ a]$

L'ensemble des nombres réels supérieurs à a

$\{X : X \in R;\ X > a\} =]a\ ;\ \infty[$

L'ensemble des nombres réels inférieurs à a

$\{X : X \in R;\ X < a\} =]-\infty\ ;\ a[$

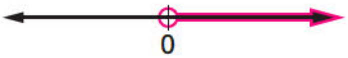
Exemple 2

Écris sous forme d'intervalle chacun des ensembles suivants et représente-les sur la droite numérique:

1. L'ensemble des nombres réels positifs
2. L'ensemble des nombres réels non positifs
3. $\{X : X \in R ; X \geq -2\}$
4. $\{X : X \in R ; X < 1\}$

✓

(1) $]0\ ;\ \infty[$



(2) $]-\infty\ ;\ 0]$

(3) $[-2\ ;\ \infty[$

(4) $]-\infty\ ;\ 1[$

■ Remarque que

l'intervalle $]-\infty\ ;\ \infty[$ représente l'ensemble des nombres réels R, $\infty \notin R$ et $-\infty \notin R$

■ L'histoire des mathématiques

Le savant anglais John Wallis est le premier qui a utilisé le symbole de l'infini (∞).

■ Remarque que

- $R = R^{+} \cup \{0\} \cup R^{-}$
  où: R^{+} est l'ensemble des nombres réels positifs, R^{-} est l'ensemble des nombres réels négatifs.
- L'ensemble des nombres réels non négatifs $= R^{+} \cup \{0\}$
- L'ensemble des nombres réels non positifs $= R^{-} \cup \{0\}$

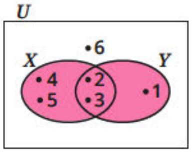
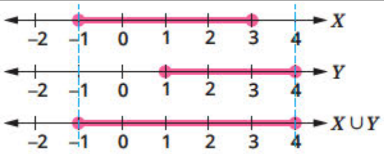
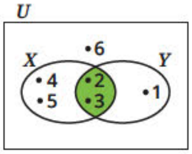
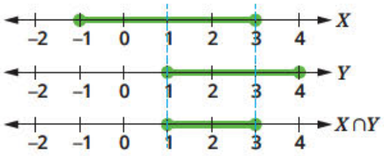
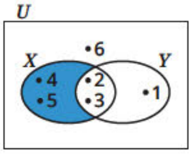
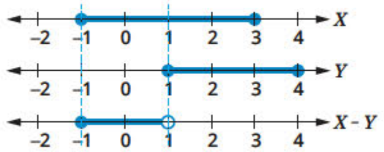
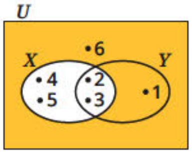
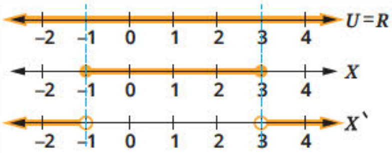
■ Auto-évaluation (2)

Écris sous forme d'intervalle et représente sur la droite numérique:

1. L'ensemble des nombres réels négatifs R^{-}
2. L'ensemble des nombres réels non négatifs
3. $\{X : X \in R^{+} ; X < 3\}$

Les opérations sur les intervalles

Les intervalles sont des sous-ensembles de l'ensemble des nombres réels, donc on peut effectuer les opérations d'union, d'intersection, de différence et de complémentaire de la même manière que les ensembles, comme suit:

	Les ensembles	Les intervalles
	En supposant que: $U = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ où U est l'ensemble universel $X = \{2 ; 3 ; 4 ; 5\}$ $Y = \{1 ; 2 ; 3\}$	En supposant que: $U = R$ où U est l'ensemble universel $X = [-1 ; 3]$ $Y = [1 ; 4]$
L'union ($X \cup Y$): L'ensemble des éléments qui appartiennent à X ou Y.	 $X \cup Y = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$	 $X \cup Y = [-1 ; 4]$
L'intersection ($X \cap Y$): L'ensemble des éléments qui appartiennent à X et Y	 $X \cap Y = \{2 ; 3\}$	 $X \cap Y = [1 ; 3]$
La différence ($X - Y$): L'ensemble des éléments qui appartiennent à X et n'appartiennent pas à Y	 $X - Y = \{4 ; 5\}$	 $X - Y = [-1 ; 1[$
Le complémentaire $X^{\backprime}$: L'ensemble des éléments qui appartiennent à U et qui n'appartiennent pas à X	 $X^{\backprime} = U - X = \{1 ; 6\}$	 $X^{\backprime} = R - X =]-\infty ; -1[\cup]3 ; \infty[$

Exemple 3

Trouve à l'aide de la droite numérique chacun de ce qui suit:

1. $[-3 ; 5[\cup]2 ; 7[$
2. $]1 ; 5] \cap]-\infty ; 3]$
3. $]-\infty ; 6] -]4 ; \infty[$
4. $X^{\backprime}$ où $X =]-\infty ; 3[$

Remarque que

L'ensemble universel est un ensemble qui contient tous les sous-ensembles de lui-même et il est symbolisé par le symbole U

Réfléchis et discute

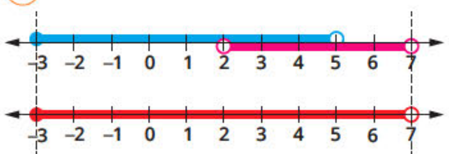
Est-ce que: $X - Y = Y - X$?

Auto-évaluation 3

Trouve à l'aide de la droite numérique:

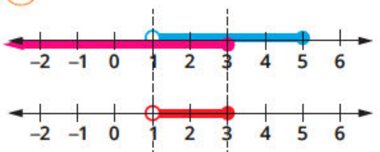
1. $[4 ; 9] \cap [7 ; 10[$
2. $]-3 ; 2[\cup]0 ; \infty[$
3. $]0 ; 5[-]3 ; 7]$
4. $X^{\backprime}$ où $X = [-5 ; \infty[$

1



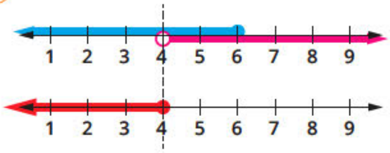
$[-3\,;5[\ \cup\ ]2\,;7[\ =\ [-3\,;7[$

2



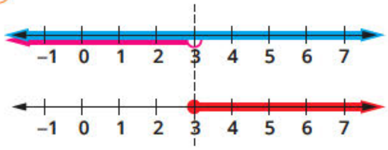
$]1\,;5]\ \cap\ ]-\infty\,;3]\ =\ ]1\,;3]$

3



$]-\infty\,;6]\ -\ ]4\,;\infty[\ =\ ]-\infty\,;4]$

4



$X' = \mathbb{R} -]-\infty\,;3[= [3\,;\infty[$

Évaluation de la leçon

Premièrement — Mesurer les concepts

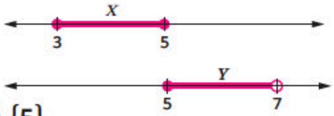
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Si $a \in]2\,;5[$, alors a peut être égal auquel de ce qui suit?
(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5

2. Si $a \notin]-1\,;3]$, alors a peut être égal auquel de ce qui suit?
(a) –1 (b) 0 (c) 2 (d) 3

3. Si $X = [-5\,;7[$, lequel de ce qui suit est correct?
(a) $7 \in X$ (b) $-5 \notin X$
(c) $0 \notin X$ (d) $-2 \in X$

4. Lequel de ce qui suit représente $X \cap Y$?



(a) $\varnothing$ (b) $\{5\}$
(c) $[3\,;7[$ (d) $[3\,;5[$

5. Quel est l'intervalle résultant de $\{2\} \cup]2\,;5[$?
(a) $]2\,;5[$ (b) $[2\,;5]$
(c) $]2\,;5]$ (d) $[2\,;5[$

6. À quel intervalle appartient le nombre $-\sqrt{7}$?
(a) $[-2\,;-1]$ (b) $[-3\,;-2]$
(c) $[-4\,;-3]$ (d) $[-7\,;-6]$

Deuxièmement — Appliquer les concepts

7. Si $X =]-2\,;2[$ et $Y = [1\,;4]$, **trouve à l'aide de la droite numérique**:
$X - Y$, $Y - X$, $X \cup Y$, $X \cap Y$

8. Si $A =]-5\,;\infty[$ et $B =]-\infty\,;2]$, **trouve à l'aide de la droite numérique:**
$A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, A'

9. Si $A = [-1\,;3]$ et $B =]-\infty\,;3[$, **trouve ce qui suit:**
$A - B$, $B - A$, $A \cup B$, $A \cap B$, B'

(10) Trouve chacun de ce qui suit:

① $[2\,;5[\,\cup\,]-2\,;3]$ ② $[2\,;7]-[3\,;8[$ ③ $]-1\,;3[\,\cap\,]-5\,;1]$

④ X' où $X=[4\,;8[$ ⑤ $[3\,;\infty[\,\cap\,]-\infty\,;7[$ ⑥ $]2\,;5]\cup]5\,;\infty[$

(11) Trouve chacun de ce qui suit:

① $R\cap[2\,;5[$ ② $R^{+}\cup]0\,;2]$ ③ $R^{-}-[-2\,;0[$ ④ $R^{-}\cup R^{+}$

(12) Trouve chacun de ce qui suit:

① $N\cap[-3\,;0[$ ② $Z^{+}\cap]-1\,;2[$ ③ $Z^{-}\cap]-2\,;3]$ ④ $\{3\,;5\}\cup]3\,;5[$

⑤ $\{3\,;7\}\cap[3\,;7[$ ⑥ $[2\,;5]-\{2\,;5\}$ ⑦ $[0\,;5]-\{5\}$

Troisièmement — L'analyse et l'intégration des disciplines

(13) Exprime chacune des deux situations suivantes par une inéquation appropriée, puis écris-la sous forme d'intervalle et représente-la sur la droite numérique.

① **Travail:** Il faut que ton âge ne soit pas inférieur à 25 ans et ne dépasse pas 45 ans pour rejoindre n'importe quel emploi.

② **Géographie:** Les températures dans une des villes d'Amérique du Nord varient de $-2°C$ à $10°C$.

(14) **Alimentation:** Laila a décidé de conserver deux types d'aliments dans le réfrigérateur:

- Le premier type est le lait frais, qu'il est préférable de le conserver à une température de $1°C$ à $4°C$
- Le deuxième type est la viande fraise, qu'il est préférable de la conserver à une température de $-2°C$ à $2°C$

Quel intervalle de température Leila peut-elle régler dans le réfrigérateur pour conserver les deux types ensemble en même temps sans les abîmer?

La conservation des aliments est essentielle pour réaliser le développement durable et renforcer la sécurité alimentaire.

(15) **Responsabilité sociale:** Amal et Iman sont deux sœurs, elles voulaient organiser leur temps le samedi pour s'occuper de leur mère âgée, afin que chacune d'elles soit sûre que leur mère ne reste seule à aucun moment du jour jusqu'au retour de leur père à la maison.

- Amal peut être libre de 10:00h du matin à 2:00h de l'après-midi.
- Quant à Iman, elle peut être libre de 12:00h du midi à 4:00h de l'après-midi.

Quelle période de temps qui garantit au moins la présence de l'une d'elles avec leur mère?

Prendre soin des parents et s'occuper d'eux n'est pas un service, mais un devoir et une responsabilité.

Pensée créative

(16) Si a, b, c et d sont des nombres réels, $a<c<b<d$, alors trouve chacun de ce qui suit:

$[a\,;b]\cap[c\,;d]$ et $[a\,;b]-[c\,;d]$

(17) Si $[-2\,;a]\cap[b\,;7]=[2\,;4]$, alors quelle est la valeur de $\frac{b^{a}}{a^{b}}$?

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des intervalles et les opérations sur les intervalles? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon
1 - 3
Les opérations sur les nombres réels

Résultats d'apprentissage

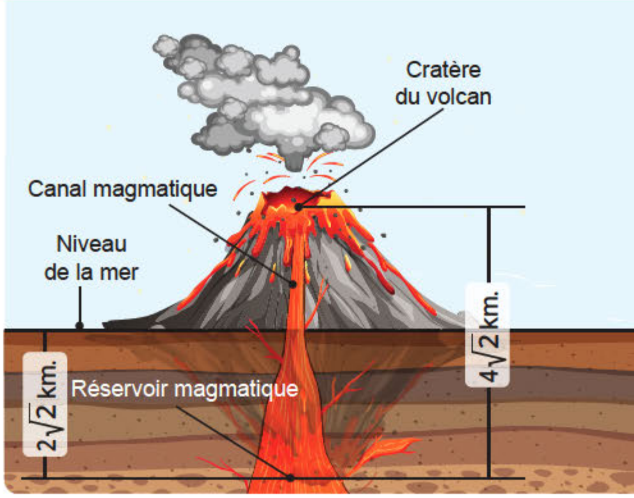
- Effectuer des opérations arithmétiques (l'addition, la soustraction, la multiplication et la division) sur les nombres réels.
- Connaître les propriétés de l'addition et de la multiplication des nombres réels.
- Résoudre certains problèmes de la vie en utilisant les opérations arithmétiques sur les nombres réels.

Vocabulaire

- La stabilité
- La commutativité
- L'associativité
- L'élément neutre pour l'addition
- L'élément neutre pour la multiplication
- L'opposé
- L'inverse
- Le terme radical

Sois prêt!

La lave provient du réservoir magmatique situé dans les profondeurs de la Terre par un canal appelé canal magmatique, jusqu'à atteindre le cratère du volcan,où elle explose et jaillit sous forme de lave, des gaz et de cendres volcaniques.



Dans la figure devant toi, à quelle distance le cratère du volcan est loin par rapport au niveau de la mer?

Dans cette leçon, tu apprendras à effectuer des opérations arithmétiques sur les nombres réels, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!

Un tapis de forme rectangulaire dont les dimensions sont $(\sqrt{5}+1)$ m et $(\sqrt{5}-1)$ m.

Un tapis de forme carrée dont la longeur de son côté mesure $\sqrt{5}$ m.

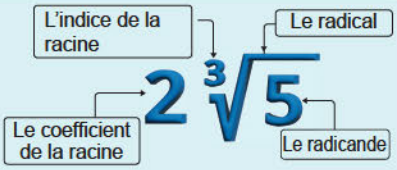
Lequel des deux tapis a la plus grande aire? Et lequel a le plus grand périmètre? Discute.

Apprends!

Les opérations sur les nombres réels

Avant d'étudier comment effectuer les opérations arithmétiques (l'addition, la soustraction, la multiplication et la division) sur les nombres réels, premièrement nous allons connaître la notion des termes radicaux similaires.

Les termes radicaux similaires sont des termes qui contiennent des racines en ayant le même indice de la racine et le même radicande (le nombre sous la racine)



Exemples de termes radicaux similaires:

- $4\sqrt{3}$ et $2\sqrt{3}$
- $\sqrt[3]{5}$ et $-3\sqrt[3]{5}$

Exemples de termes radicaux différents:

- $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$
- $2\sqrt{5}$ et $2\sqrt[3]{5}$

Auto-évaluation ①

Trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

1. $3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$
2. $-5\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$
3. $\dfrac{(\sqrt{7})^2 \times 3\sqrt{3}}{7\sqrt{3}}$

Remarque que:

- Si $x \geq 0$, alors:

$\sqrt{x} \times \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 = x$

- Si $x \in R$, alors:

$\sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{x} = (\sqrt[3]{x})^3 = x$

Pensée critique

1. Dina a écrit que:
$2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5}$
Ce que Dina a écrit est-il correct? Discute.
2. Islam a écrit que:
$2\sqrt{5} + 5 = 7\sqrt{5}$
Ce qu'Islam a écrit est-il correct? Discute.

Auto-évaluation ②

Écris chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple, de sorte que le dénominateur soit un nombre entier:

1. $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$
2. $\dfrac{-5}{\sqrt{2}}$
3. $\dfrac{9}{5\sqrt{3}}$

Exemple 1

Si $x = -4\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}$ et $z = \sqrt[3]{5}$

Trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

1. $x + y$
2. $x \times y$
3. $\dfrac{x}{2y}$
4. $2x - z^3$

① $x + y = -4\sqrt{3} + \sqrt{3}$
$= (-4+1)\sqrt{3}$
$= -3\sqrt{3}$

② $x \times y = -4\sqrt{3} \times \sqrt{3}$
$= (-4 \times 1) \times (\sqrt{3})^2$
$= -4 \times 3 = -12$

③ $\dfrac{x}{2y} = \dfrac{-4\sqrt{3}}{2 \times \sqrt{3}}$
$= \dfrac{-4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{-4}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
$= -2 \times 1 = -2$

④ $2x - z^3 = 2 \times (-4\sqrt{3}) - (\sqrt[3]{5})^3$
$= -8\sqrt{3} - 5$

Remarque que

Lors de l'addition et la soustraction des termes radicaux similaires, on utilise la même méthode pour additionner et soustraire des termes algébriques similaires:
$-4x + x = (-4+1)x = -3x$

Remarque que

Lors de la multiplication des termes radicaux, on utilise la même méthode pour multiplier des termes algébriques:
$-4x \times x = (-4 \times 1)x^2 = -4x^2$

Remarque que

Le terme radical $-8\sqrt{3}$ n'est pas semblable au terme 5, donc on ne peut pas les soustraire

Exemple 2

Écris chacun des nombres suivants sous la forme la plus simple, de sorte que le dénominateur soit un nombre entier:

1. $\dfrac{7}{\sqrt{3}}$
2. $\dfrac{-15}{\sqrt{5}}$
3. $\dfrac{12}{5\sqrt{2}}$

① Pour que le dénominateur soit un nombre entier, multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{7}{\sqrt{3}} = \dfrac{7}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

② Pour que le dénominateur soit un nombre entier, multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{5}$

$\therefore \dfrac{-15}{\sqrt{5}} = \dfrac{-15}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{-15\sqrt{5}}{5} = -3\sqrt{5}$

③ Pour que le dénominateur soit un nombre entier, multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{12}{5\sqrt{2}} = \dfrac{12}{5\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\overset{6}{\cancel{12}}\sqrt{2}}{5 \times \underset{1}{\cancel{2}}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{5}$

Les propriétés des opérations sur les nombres réels

Si a, b et c sont trois nombres réels, alors:

La propriété	L'opération d'addition	L'opération de multiplication
La stabilité	$a + b \in R$	$a \times b \in R$
La commutativité	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
L' associativité	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
La distributivité de la multiplication sur l'addition	$a\,(b + c) = a\,b + a\,c$	
L' élément neutre	L'élément neutre pour l'addition est 0 $a + 0 = 0 + a = a$	L'élément neutre pour la multiplication est 1 $a \times 1 = 1 \times a = a$
L'inverse	L'inverse additif (l'opposé) du nombre a est $(-a)$ où: $a + (-a) = 0$	L'inverse multiplicatif (l'inverse) du nombre a est $\frac{1}{a}$ (où $a \neq 0$) où: $a \times \frac{1}{a} = 1$

Exemple 3

Trouve le résultat de chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple:

1. $2\sqrt{3}\,(4 + \sqrt{3}) - 4\sqrt{3}$
2. $(\sqrt{7} - 1)\,(2\sqrt{7} + 3)$
3. $(2\sqrt{2} + 1)\,(2\sqrt{2} - 1)$
4. $(2\sqrt{5} - 5)^2$

✓

1. $2\sqrt{3}\,(4 + \sqrt{3}) - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times 4 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 4\sqrt{3}$
$= 8\sqrt{3} + 2 \times 3 - 4\sqrt{3}$
$= 8\sqrt{3} + 6 - 4\sqrt{3}$
$= 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6 = 4\sqrt{3} + 6$

2. $(\sqrt{7} - 1)\,(2\sqrt{7} + 3) = \sqrt{7} \times 2\sqrt{7} + \sqrt{7} \times 3 - 1 \times 2\sqrt{7} - 1 \times 3$
$= 14 + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3$
$= (14 - 3) + (3\sqrt{7} - 2\sqrt{7})$
$= 11 + \sqrt{7}$

3. $(2\sqrt{2} + 1)\,(2\sqrt{2} - 1) = (2\sqrt{2})^2 - (1)^2 = 8 - 1 = 7$

4. $(2\sqrt{5} - 5)^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2 \times 2\sqrt{5} \times (-5)) + (-5)^2$
$= 20 - 20\sqrt{5} + 25$
$= 45 - 20\sqrt{5}$

■ Réfléchis et discute!

Pour tous les trois nombres réels a, b et c:

1. Est-ce que $a - b = b - a$?
2. Est-ce que $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$?
3. Est-ce que $\frac{a}{b} \in R$?
4. Est-ce que $a\,(b - c) = ab - ac$?

■ Auto-évaluation 3

Si $x = (\sqrt{5} - 2)$ et

$y = (\sqrt{5} + 2)$

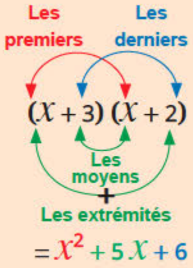
Trouve sous la forme la plus simple la valeur de l'expression $x^2 - y^2$

■ Information précédente

- $(x + y)\,(x - y) = x^2 - y^2$
- $(x + y)^2 = x^2 + 2\,x\,y + y^2$
- $(x - y)^2 = x^2 - 2\,x\,y + y^2$

■ Essaie par toi-même

Essaie de trouver le résultat de la multiplication directement en observant simplement comme suit:



Auto-évaluation (4)

Trouve sous la forme la plus simple l'opposé et l'inverse de chacun de ce qui suit:

1. $-4\sqrt{2}$
2. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
3. $3\sqrt{7}-4$

Exemple 4

Trouve sous la forme la plus simple l'opposé et l'inverse de chacun de ce qui suit:

1. $3\sqrt{2}$
2. $2-\sqrt{3}$

(1) L'opposé $= -3\sqrt{2}$

L'inverse $= \frac{1}{3\sqrt{2}}$

$\because \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$

$\therefore$ L'inverse sous la forme la plus simple $= \frac{\sqrt{2}}{6}$

(2) L'opposé $= -(2-\sqrt{3})$

$= -2+\sqrt{3}$

L'inverse $= \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

$\because \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

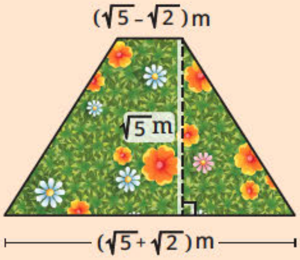
$= \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = \frac{2+\sqrt{3}}{1}$

$\therefore$ L'inverse sous la forme la plus simple $= 2+\sqrt{3}$

Remarque que

Pour mettre le nombre $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ sous la forme la plus simple, tu dois multiplier chacun de numérateur et de dénominateur par $(2+\sqrt{3})$.

Auto-évaluation (5)



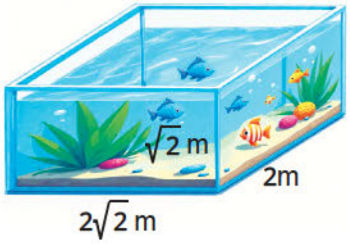
Dans la figure, le pot de fleurs a une base en forme de trapèze.
Trouve l'aire de la base du pot.

Exemple 5

Dans la figure ci-contre:

Un aquarium en verre couvert en forme de parallélépipède rectangle pour exposer des poissons. Trouve:

1. Le volume du aquarium en verre.
2. L'aire totale du aquarium au m^2 près.



(1) $\because$ Le volume du aquarium (V) = La longueur × La largeur × La hauteur

$\therefore V = 2\sqrt{2} \times 2 \times \sqrt{2}$

$= 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4 \times 2 = 8$

$\therefore$ Le volume du aquarium $= 8\ m^3$.

(2) $\because$ L'aire totale (A) = 2 (la longueur × la largeur + la longueur × la hauteur + la largeur × la hauteur)

$\therefore A = 2(2\sqrt{2} \times 2 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} + 2 \times \sqrt{2})$

$= 2(4\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2}) = 2(6\sqrt{2}+4) = 12\sqrt{2} + 8 \approx 24{,}97$

$\therefore$ L'aire totale du aquarium $\approx 25\ m^2$.

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Si $a + \sqrt{5} = 0$, quelle est la valeur de a?
   (a) 0 (b) $\sqrt{5}$ (c) $-\sqrt{5}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2. Si $a \times \sqrt{2} = 1$, quelle est la valeur de a?
   (a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) $-\sqrt{2}$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Quelle est la valeur de $\sqrt{3} + \sqrt{3}$?
   (a) $\sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{3}$
   (c) $\sqrt{6}$ (d) 3

4. Si $a\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$, alors:
   (a) $a = -1$ (b) $a = 1$
   (c) $a = 7$ (d) $a = 10$

5. Si $(2\sqrt{3})^n = 12$, alors:
   (a) $n = 2$ (b) $n = 3$
   (c) $n = 4$ (d) $n = 6$

6. Si $\sqrt[3]{5} + 3a = 4\sqrt[3]{5}$, alors:
   (a) $a = 1$ (b) $a = \sqrt{5}$
   (c) $a = \sqrt[3]{5}$ (d) $a = 5$

7. Quel est l'opposé du nombre $\frac{7}{\sqrt{7}}$ sous la forme la plus simple?
   (a) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ (b) 7
   (c) $-\sqrt{7}$ (d) -7

8. Quel est l'inverse du nombre $\sqrt{3} - 2$?
   (a) $2 - \sqrt{3}$ (b) $\sqrt{3} + 2$
   (c) $-\sqrt{3} - 2$ (d) $\sqrt{3} - 2$

Deuxièmement **Appliquer les concepts**

9. **Rends le dénominateur de chacun de ce qui suit un nombre entier et écris le nombre sous la forme la plus simple:**

① $\frac{1}{\sqrt{15}}$ ② $\frac{30}{\sqrt{10}}$ ③ $\frac{10}{2\sqrt{5}}$ ④ $\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}$

⑤ $\frac{1}{2+\sqrt{6}}$ ⑥ $\frac{20}{5-\sqrt{15}}$ ⑦ $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

10. **Trouve le résultat de chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple:**

① $2\sqrt{7} - 3\sqrt{3} + \sqrt{7} + 2\sqrt{3}$
② $2\sqrt{5} - 3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt{5} + \sqrt[3]{2}$
③ $(\sqrt[3]{5})^3 \times 2\sqrt{3}$
④ $\sqrt{5}(2 - \sqrt{5}) - 2(1 + \sqrt{5})$
⑤ $(\sqrt{7} - 1)^2 + (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 3)$
⑥ $(3 + 2\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(1 - \sqrt{2})$

(11) Si $x = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$ et $y = \sqrt{3} + 2$, trouve la valeur de chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple:

① $(x + y)^2$ ② $x\,y$ ③ $x^2 + y^2$

(12) Si $\frac{x}{3\sqrt{2}} = \frac{y}{2\sqrt{3}} = 1$, trouve la valeur de $x^2 + y^2$

Troisièmement **L'analyse et l'intégration des disciplines**

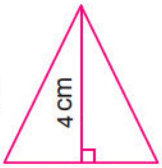
(13) **Géométrie:** Trouve l'aire de chacune des figures suivantes sous la forme la plus simple:

①

$3\sqrt{5}$ cm

②

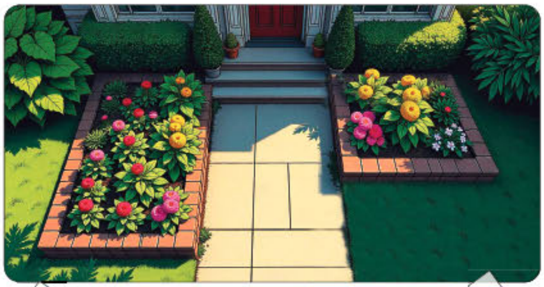
$(2\sqrt{5}-\sqrt{3})$cm
$(2\sqrt{5}+\sqrt{3})$cm

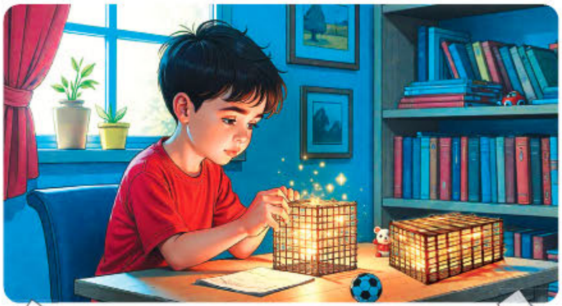
③ 

$(\sqrt{5}+\sqrt{3})$cm

(14) **Agriculture:**

Omar a créé dans le jardin de sa maison deux parterres pour cultiver des roses. L'un a une forme rectangulaire et ses dimensions sont $(5 + \sqrt{7})$ m et $(5 - \sqrt{7})$ m. Et l'autre a une forme carré et a la même aire que le premier parterre. Trouve le périmètre de chacun des deux parterres. Lequel a le plus grand périmètre?


La culture des roses contribue à purifier l'air, améliore l'humeur et réduit le stress.


L'apprentissage des travaux manuels développe les habiletés motrices fines et favorise la créativité et l'innovation.

(15) **Travaux manuels:**

Ahmed mène un petit projet pour produire les structures de boîtes. S'il a un fil de cuivre d'une longueur de 90 cm et il veut fabriquer deux structures, l'une pour un cube dont le volume est de $27\ cm^3$ et l'autre pour un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont de $4\sqrt{3}$ cm, 4 cm et $2\sqrt{3}$ cm. Donc, le fil dont dispose Ahmed est-il suffisant pour fabriquer les deux structures?

Pensée créative

(16) Lors de la construction d'un entrepôt de réunion en forme de parallélépipède rectangle, ses dimensions étaient a, b et c mètres. Si $a\,b = 3\sqrt{3}$, $b\,c = 5\sqrt{3}$ et $a\,c = 5$, trouve le volume de l'entrepôt.

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des opérations sur les nombres réels?
Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon

1 - 4 Les lois des racines carrées et cubiques

Résultats d'apprentissage

- Connaître les lois de la multiplication et de la division des racines carrées.
- Connaître les lois de la multiplication et de la division des racines cubiques.
- Utiliser les lois des racines carrées et cubiques pour simplifier les nombres.
- Utiliser les lois des racines pour résoudre les problèmes de la vie.

Vocabulaire

- La racine carrée
- La racine cubique

Pensée critique

- Si a et b sont deux nombres réels non négatifs:

  Est-ce que: $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$?

  Est-ce que: $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{a-b}$?

- Si a et b sont deux nombres réels:

  Est-ce que: $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a+b}$?

  Est-ce que: $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a-b}$?

Sois prêt!

Dans le cadre d'un projet scolaire, Ossama et ses camarades de classe ont décidé de créer une petite pépinière à l'intérieur de l'école, composée de deux carrés adjacents.

- Le premier carré est destiné à la culture des plants ornementaux et son aire est de 48 m^2.
- Le second carré est destiné à la culture de plantes aromatiques et son aire est de 12 m^2.

Ossama et ses camarades veulent construire une clôture autour de la pépinière en entier pour la protéger. Quelle est la longueur de cette clôture?

Dans cette leçon, tu apprendras les lois des racines, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!

Dans un jeu consistant à choisir deux cartes portant des deux nombres égaux,Sarah et Amal ont chacune choisi une carte jaune et une carte verte.

- Sara a choisi les cartes A et C.
- Tandis qu'Amal a choisi les cartes B et C.

Laquelle a choisi correctement? Et pourquoi?

A	B
$8\sqrt{3}$	$9\sqrt{2}$

C	D	E
$\sqrt{162}$	$\sqrt{176}$	$\sqrt{192}$

Apprends!

Multiplication et division des racines

Les racines carrées	Les racines cubiques
Si a et b sont deux nombres réels non négatifs, alors: $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ **Exemple:** $\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\sqrt{2\times 8}=\sqrt{16}=4$	Si a et b sont deux nombres réels, alors: $\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a\times b}$ **Exemple:** $\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{-4}=\sqrt[3]{3\times(-4)}=\sqrt[3]{-12}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ à condition $b\neq 0$ **Exemple:** $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{6}{2}}=\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}=\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ à condition $b\neq 0$ **Exemple:** $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\frac{16}{2}}=\sqrt[3]{8}=2$

Exemple 1

Mets sous la forme la plus simple chacun des nombres suivants:

1. $\sqrt{32}$
2. $\sqrt[3]{24}$
3. $2\sqrt{\frac{5}{2}}$
4. $3\sqrt[3]{\frac{-2}{3}}$

① Décompose le nombre 32 en deux facteurs, dont l'un est 16 et qui est le plus grand facteur carré parfait ($32 = 16 \times 2$)

$$\therefore \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

② Décompose le nombre 24 en deux facteurs, dont l'un est 8 et qui est le plus grand facteur cube parfait ($24 = 8 \times 3$)

$$\therefore \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \times 3} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$$

③ $$2\sqrt{\frac{5}{2}} = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \times \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$$

■ Diversité des stratégies

$$\because\ 2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$\therefore 2\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

④ $$3\sqrt[3]{\frac{-2}{3}} = 3 \times \frac{\sqrt[3]{-2}}{\sqrt[3]{3}} = 3 \times \frac{\sqrt[3]{-2}}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = 3 \times \frac{\sqrt[3]{-2 \times 3 \times 3}}{3} = 3 \times \frac{\sqrt[3]{-18}}{3} = -\sqrt[3]{18}$$

Exemple 2

Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1. $2\sqrt{3} + 5\sqrt{27} - \sqrt{48}$
2. $\frac{\sqrt[3]{40} - 2\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}}$

① $$2\sqrt{3} + 5\sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{9 \times 3} - \sqrt{16 \times 3}$$
$$= 2\sqrt{3} + 5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} - \sqrt{16} \times \sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{3} + 5 \times 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$$

■ Auto-évaluation ①

Mets chacun de ce qui suit sous la forme la plus simple:

1. $\sqrt{50}$
2. $4\sqrt{\frac{1}{2}}$
3. $2\sqrt[3]{16}$
4. $2\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$

■ Rappelle-toi que

Pour rendre le dénominateur du nombre irrationnel $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ un nombre entier, multiplie chacun de son numérateur et son dénominateur par $\sqrt{b}$ comme suit:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

■ Rappelle-toi que

Pour rendre le dénominateur du nombre irrationnel $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$ un nombre entier, multiplie chacun de son numérateur et son dénominateur par $\sqrt[3]{b} \times \sqrt[3]{b}$ comme suit:

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \times \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b}} \times \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{ab^2}}{b}$$

■ Remarque que

Lorsqu' on additionne et soustrait les termes radicaux différents, simplifie chaque terme séparément.
Si tu obtiens des termes radicaux similaires, que tu peux les additionner ou les soustraire.

② $\dfrac{\sqrt[3]{40}-2\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}}=\dfrac{\sqrt[3]{8\times5}-2\sqrt[3]{27\times5}}{\sqrt[3]{5}}$

$=\dfrac{\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{5}-2\times\sqrt[3]{27}\times\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}$

$=\dfrac{2\sqrt[3]{5}-2\times3\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}$

$=\dfrac{2\sqrt[3]{5}-6\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}$

$=\dfrac{-4\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}=-4$

■ Diversité des stratégies

$\dfrac{\sqrt[3]{40}-2\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}}$

$=\dfrac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}}-\dfrac{2\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}}$

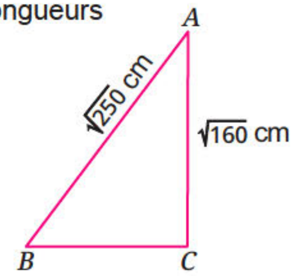
$=\sqrt[3]{\dfrac{40}{5}}-2\sqrt[3]{\dfrac{135}{5}}$

$=\sqrt[3]{8}-2\sqrt[3]{27}$

$=2-2\times3=-4$

Exemple 3

Géométrie: Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle dont le périmètre est de $\sqrt{1440}$ cm. Trouve la longueur de $\overline{BC}$.



✓ $\because$ Le périmètre d'un triangle = la somme des longueurs de ses côtés

$\therefore \sqrt{250}+\sqrt{160}+BC=\sqrt{1440}$

$\therefore \sqrt{25\times10}+\sqrt{16\times10}+BC=\sqrt{144\times10}$

$\therefore 5\sqrt{10}+4\sqrt{10}+BC=12\sqrt{10}$

$\therefore 9\sqrt{10}+BC=12\sqrt{10}$

$\therefore BC=12\sqrt{10}-9\sqrt{10}=3\sqrt{10}$

C'est-à-dire que la longueur de $\overline{BC}$ est égal à $3\sqrt{10}$ *cm*.

Exemple 4

Si $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$ et $y=\dfrac{3}{x}$, alors trouve sous la forme la plus simple:

❶ $x-y$ ❷ $\dfrac{y}{x}$

✓ $y=\dfrac{3}{x}=\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\dfrac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}=\dfrac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$

① $x-y=(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{5}-\sqrt{2})=\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

② $\dfrac{y}{x}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}{5-2}=\dfrac{5-2\sqrt{10}+2}{3}$

$=\dfrac{7-2\sqrt{10}}{3}=\dfrac{7}{3}-\dfrac{2}{3}\sqrt{10}$

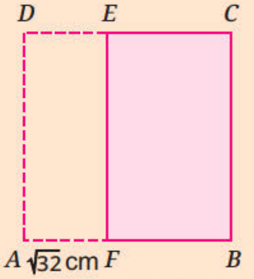
■ Auto-évaluation ②

Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

❶ $2\sqrt{32}-\sqrt{18}+\sqrt{50}$

❷ $2\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{128}$

■ Auto-évaluation ③



L'aire du carré $ABCD$ est égale à 200 cm^2.
On en découpe le rectangle $AFED$ dont la largeur est de $\sqrt{32}$ cm.
Quelle est l'aire de la figure $FBCE$?

■ Auto-évaluation ④

Si $x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$,
trouve sous la forme la plus simple la valeur de:

$x+\dfrac{1}{x}$

■ Remarque que

Pour simplifier y, rends le dénominateur un nombre rationnel en multipliant le numérateur et le dénominateur par $(\sqrt{5}-\sqrt{2})$.

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① Lequel de ce qui suit est correct?

(a) $\sqrt{40} = 4\sqrt{10}$ (b) $\sqrt{32} = 8\sqrt{2}$

(c) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{48} = 3\sqrt{6}$

② Quelle est la valeur de $\sqrt{18} + \sqrt{32}$?

(a) $\sqrt{50}$ (b) $7\sqrt{2}$

(c) $7\sqrt{4}$ (d) $5\sqrt{4}$

③ Lequel de ce qui suit est équivalent à $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25}$?

(a) $\sqrt[3]{30}$ (b) 5

(c) $5\sqrt[3]{5}$ (d) 125

④ Lequel de ce qui suit est équivalent à $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$?

(a) $2\sqrt{6}$ (b) $6\sqrt{2}$

(c) 6 (d) $\sqrt{70}$

⑤ Lequel de ce qui suit est équivalent à $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{15}}$?

(a) $\frac{5}{15}$ (b) $\frac{5}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

⑥ Si $\sqrt{160} = X\sqrt{10}$, quelle est la valeur de X?

(a) 8 (b) 6

(c) 4 (d) 3

⑦ Si $a\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{10}$, quelle est la valeur de a?

(a) 30 (b) $\sqrt[3]{30}$

(c) 15 (d) $\sqrt[3]{15}$

⑧ Si $2\sqrt{3} \times 4\,a = 8\sqrt{6}$, quelle est la valeur de a?

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}$

(c) 2 (d) $\sqrt{6}$

⑨ Si $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$, quelle est la valeur de a?

(a) $\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{6}$

(c) 3 (d) 9

⑩ Si $X + \sqrt{28} = \sqrt{7}$, quelle est la valeur de X?

(a) $\sqrt{21}$ (b) $-\sqrt{21}$

(c) $\sqrt{7}$ (d) $-\sqrt{7}$

Deuxièmement **Appliquer les concepts**

⑪ **Réduis chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:**

① $3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{27}$

② $2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{16}$

③ $\frac{2\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{10}}$

④ $\frac{\sqrt{98} + \sqrt{8}}{\sqrt{18}}$

⑤ $\frac{3\sqrt[3]{32} - 3\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}}$

⑥ $3\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$

⑦ $4\sqrt{48} + \frac{4}{3}\sqrt{27} + \sqrt{75}$

⑧ $\sqrt[3]{192} - 3\sqrt[3]{375} + 2\sqrt[3]{24}$

⑨ $\frac{3}{2}\sqrt[3]{256} + \frac{12}{\sqrt[3]{16}} + \sqrt[3]{32}$

⑫ **Dans chacun de ce qui suit, trouve la valeur de X:**

① $X\sqrt{32} = 2\sqrt{50} + \sqrt{72}$

② $X\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{80} - \sqrt[3]{270}$

13 **Réponds aux questions suivantes:**

① Si $4\sqrt{5} = 2\sqrt{a}$ et $2\sqrt{24} = b\sqrt{6}$, trouve $a + b$.

② Si $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ et $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, trouve sous la forme la plus simple chacun de ce qui suit:

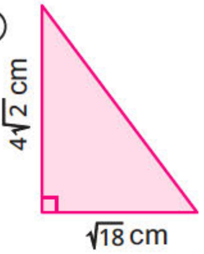
(1) $x \times y$ (2) $\frac{x}{y}$ (3) $(x - \frac{1}{x})^2$

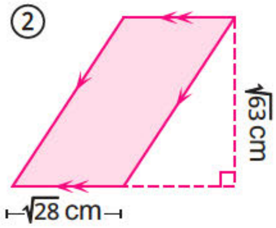
③ Si $a = \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}$ et $b = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}$, trouve sous la forme la plus simple chacun de ce qui suit:

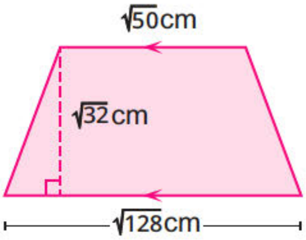
(1) $(a + b)^3$ (2) $a \times b$ (3) $a^2 - b^2$

Troisièmement L'analyse et l'intégration des matières

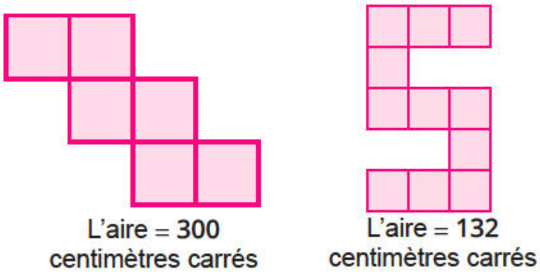
14 **Géométrie:** Calcule l'aire de chacune des figures ombrées suivantes:

① 

② 

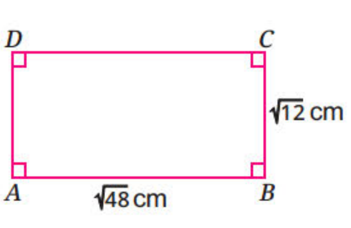
③ 

15 **Géométrie:** Chacune des deux figures ci-contre est composée de carrés qui ont la même aire.
Trouve le périmètre de chaque figure
(l'aire de la figure est indiquée en dessous).



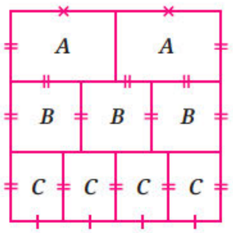
16 **Construction:** Un terrain de forme carrée a une aire de 500 m². Une partie de forme carrée, d'une aire de 180 m², a été utilisée pour construire une maison et le reste de l'aire a été laissé comme jardin, comme indiqué sur la figure. Quelle est la longueur de la clôture extérieure du jardin en mètres?

17 **Géométrie:**
Si l'aire du rectangle $ABCD$ est égale à l'aire du carré $EFGH$, quelle est la longueur de $\overline{EF}$?



Pensée créative

18 Un carré d'une aire de 432 cm² est divisé en rectangles et en carrés comme sur la figure. Quelle est la différence entre les périmètres des deux figures A et B?



Évalue ta compréhension!
Quel est ton niveau de compréhension des lois des racines carrées et cubiques? Coche la case appropriée.

Leçon

1 - 5

Les lois des exposants dans les nombres réels

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître la multiplication répétée dans l'ensemble des nombres réels.
- Connaître les lois des exposants dans les nombres réels.
- Utiliser les lois des exposants pour simplifier des expressions mathématiques.
- Utiliser les lois des exposants pour résoudre des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

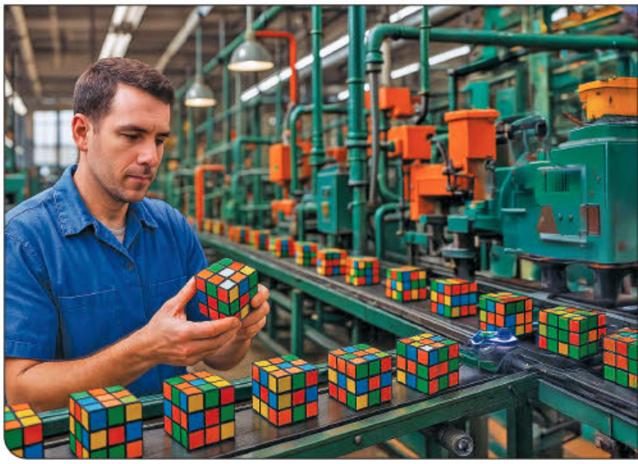
- La multiplication répétée
- Exposant
- Base
- Puissance

■ Remarque que

- $(-a)^n = a^n$ si n est un nombre entier pair.
- $(-a)^n = -a^n$ si n est un nombre entier impair.

Sois prêt!

Une entreprise spécialisée dans la fabrication de jouets éducatifs pour les enfants a décidé de produire un jouet sous la forme d'un cube coloré fabriqué du plastique sûr, dont la longueur de l'arête du cube est de $4\sqrt{3}$ cm. Quel est le volume de ce cube?

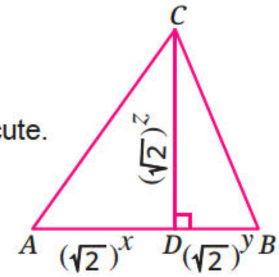


Dans cette leçon, tu connaîtras les lois des exposants dans les nombres réels, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!

Si $x + z = 4$ et $y + z = 2$

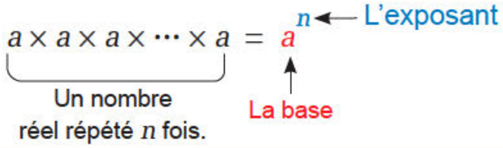
, quelle est l'aire du triangle ABC où $\overline{CD} \perp \overline{AB}$? Discute.



Apprends!

La multiplication répétée dans l'ensemble des nombres réels

L'expression mathématique a^n est utilisée pour exprimer le produit du nombre réel a multiplié par lui-même n fois.



Exemple:

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^5$ ← 5 = L'exposant ; $\sqrt{2}$ = La base

Auto-évaluation (1)

Trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

1. $(-\sqrt{2})^5$
2. $-(\sqrt{2})^5$
3. $(-\sqrt{2})^6$

Réfléchis avec tes camarades

Si a est un nombre réel non nul et n est un nombre entier, alors comment peux-tu prouver chacun de ce qui suit:

1. $a^0 = 1$
2. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Remarque que

La division par zéro n'a pas de sens. Par conséquent, lorsqu'il y a des symboles au dénominateur, il est nécessaire que ces symboles ne soient pas égaux à zéro.

Remarque que

$(a+b)^n \neq a^n + b^n$

$(a-b)^n \neq a^n - b^n$

Exemple 1

Trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

1. $(-\sqrt{5})^4$
2. $-(\sqrt{5})^4$
3. $(-\sqrt{5})^3$

(1) $(-\sqrt{5})^4 = -\sqrt{5} \times -\sqrt{5} \times -\sqrt{5} \times -\sqrt{5}$

$= 5 \times 5 = 5^2 = 25$

(2) $-(\sqrt{5})^4 = -(\sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5})$

$= -(5 \times 5) = -(5)^2 = -25$

(3) $(-\sqrt{5})^3 = -\sqrt{5} \times -\sqrt{5} \times -\sqrt{5}$

$= 5 \times -\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$

L'exposant zéro et l'exposant négatif

Tout nombre réel non nul élevé à l'exposant zéro est égal à 1.

C'est-à-dire que: $a^0 = 1$ où a est un nombre réel non nul.

Exemples: $5^0 = 1$, $(\sqrt{3})^0 = 1$, $(-\sqrt[3]{4})^0 = 1$

Tout nombre réel non nul, élevé à l'exposant $(-n)$ où n est un nombre entier, est égal à l'inverse du nombre lui-même élevé à l'exposant n.

C'est-à-dire que: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ où a est un nombre réel non nul.

Exemples: $(\sqrt{3})^{-4} = (\frac{1}{\sqrt{3}})^4 = \frac{1}{(\sqrt{3})^4} = \frac{1}{9}$, $(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})^{-3} = (\sqrt[3]{4})^3 = 4$

Les lois des exposants dans les nombres réels

Premièrement Les lois de la multiplication

Lorsqu'on multiplie les puissances ayant la même base, on conserve la base et on additionne les exposants.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ où a est un nombre réel non nul, m et n sont deux nombres entiers.

Exemples: $2^4 \times 2^6 = 2^{4+6} = 2^{10}$, $a^{-3} \times a^5 = a^{-3+5} = a^2$

Lorsqu'on trouve une puissance du produit de deux nombres, l'exposant est destribué sur chacun des deux nombres.

C'est-à-dire que: $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ où a et b sont deux nombres réels non nuls et n est un nombre entier

Exemple: $(3\sqrt{2})^2 = (3)^2 \times (\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$

Deuxièmement Les lois de la division

Lorsqu'on divise les puissances ayant la même base, on conserve la base et on soustrait les exposants.

C'est-à-dire que: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ où a est un nombre réel non nul, m et n sont deux nombres entiers.

Exemple: $\frac{(\sqrt[3]{7})^5}{(\sqrt[3]{7})^2} = (\sqrt[3]{7})^{5-2} = (\sqrt[3]{7})^3 = 7$

Lorsqu'on trouve une puissance du quotient de la division de deux nombres, l'exposant est distribué sur chacun des deux nombres.

C'est-à-dire que: $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ où a et b sont deux nombres réels non nuls et n est un nombre entier.

Exemple: $(\frac{6}{\sqrt{3}})^2 = \frac{6^2}{(\sqrt{3})^2} = \frac{36}{3} = 12$

Auto-évaluation (2)

Simplifie chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1. $\frac{(\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-1}}{(\sqrt{3})^5 \times (\sqrt{3})^{-2}}$

2. $\frac{(\sqrt{18})^5 \times (\sqrt{2})^3}{(\sqrt{12})^4}$

Exemple 2

Simplifie chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1. $\frac{(6\,a)^2}{2\,a}$ 2. $\frac{(-\sqrt{3}\,a\,b)^4}{3\,a^4\,b^2}$ 3. $\frac{(\sqrt{8})^4 \times (\sqrt{2})^3}{(2\sqrt{2})^5}$

1. $\frac{(6\,a)^2}{2\,a} = \frac{6^2 \times a^2}{2 \times a} = \frac{36\,a^2}{2\,a} = 18\,a^{2-1} = 18\,a$

2. $\frac{(-\sqrt{3}\,a\,b)^4}{3\,a^4\,b^2} = \frac{(-\sqrt{3})^4 \times a^4 \times b^4}{3 \times a^4 \times b^2}$

$= \frac{9}{3} \times a^{4-4} \times b^{4-2}$

$= 3 \times a^0 \times b^2$

$= 3 \times 1 \times b^2 = 3\,b^2$

3. $\frac{(\sqrt{8})^4 \times (\sqrt{2})^3}{(2\sqrt{2})^5} = \frac{(2\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^3}{(2\sqrt{2})^5} = \frac{2^4 \times (\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^3}{2^5 \times (\sqrt{2})^5}$

$= (2)^{4-5} \times (\sqrt{2})^{4+3-5}$

$= (2)^{-1} \times (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

Auto-évaluation (3)

Simplifie à la forme la plus simple:

1. $\dfrac{(\sqrt{5})^{n} \times (\sqrt{3})^{2-n}}{3 \times (\sqrt{15})^{-n}}$

Puis, trouve la valeur numérique du résultat lorsque $n = -2$

2. $\dfrac{1000 \times 0{,}1^{n} \times 10^{n-1}}{10^{n+2}}$

Remarque que

$10 = 10^1$	$0{,}1 = 10^{-1}$
$100 = 10^2$	$0{,}01 = 10^{-2}$
$1000 = 10^3$	$0{,}001 = 10^{-3}$
$10000 = 10^4$	$0{,}0001 = 10^{-4}$

et etc.

Auto-évaluation (4)

Si $3^x = 4$, trouve la valeur numérique de chacun de ce qui suit:

1. 3^{x+1}
2. 3^{x-1}
3. $3^{x+2} + 3^{x+3}$

Exemple 3

Simplifie chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:

1. $(\sqrt{6})^{n} \times (\sqrt{3})^{n-1} \times (\sqrt{2})^{-n}$, puis trouve la valeur numérique du résultat lorsque $n = 1$
2. $\dfrac{(10)^{2n} \times 0{,}001}{(10)^{-n+1} \times 100}$, puis trouve la valeur numérique du résultat lorsque $n = 2$

✓ (1)

$$(\sqrt{6})^{n} \times (\sqrt{3})^{n-1} \times (\sqrt{2})^{-n} = (\sqrt{3} \times \sqrt{2})^{n} \times (\sqrt{3})^{n-1} \times (\sqrt{2})^{-n}$$
$$= (\sqrt{3})^{n} \times (\sqrt{2})^{n} \times (\sqrt{3})^{n-1} \times (\sqrt{2})^{-n}$$
$$= (\sqrt{3})^{n+n-1} \times (\sqrt{2})^{n-n}$$
$$= (\sqrt{3})^{2n-1} \times (\sqrt{2})^{0}$$
$$= (\sqrt{3})^{2n-1} \times 1$$
$$= (\sqrt{3})^{2n-1}$$

Lorsque: $n = 1$

$$\therefore (\sqrt{3})^{2n-1} = (\sqrt{3})^{2 \times 1 - 1} = \sqrt{3}$$

(2)

$$\frac{10^{2n} \times 0{,}001}{10^{-n+1} \times 100} = \frac{10^{2n} \times 10^{-3}}{10^{-n+1} \times 10^{2}}$$
$$= \frac{10^{2n-3}}{10^{-n+1+2}} = \frac{10^{2n-3}}{10^{-n+3}}$$
$$= 10^{(2n-3)-(-n+3)} = 10^{2n-3+n-3} = 10^{3n-6}$$

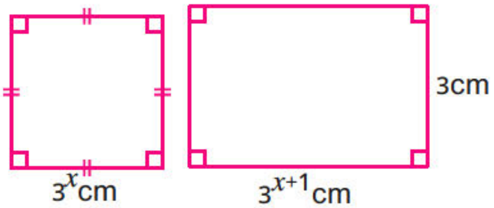
Lorsque: $n = 2$

$$\therefore 10^{3n-6} = 10^{3 \times 2 - 6} = 10^{6-6} = 10^{0} = 1$$

Exemple 4

Dans la figure ci-contre:

Un carré dont la longueur de son côté mesure 3^x cm et un rectangle dont les dimensions mesurent 3^{x+1} cm et 3 cm.



Si le périmètre du carré = 20 cm, trouve l'aire du rectangle.

✓ $\because$ Le périmètre du carré = 20 cm

$\therefore 4 \times 3^x = 20$ $\qquad \therefore 3^x = \dfrac{20}{4} = 5$

$\because$ L'aire du rectangle A = la longueur × la largeur

$\therefore A = 3^{x+1} \times 3 = 3^x \times 3 \times 3 = 5 \times 9 = 45$

$\therefore$ L'aire du rectangle = 45 cm²

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

1 Quel est le résultat de $\frac{(a\,b)^3}{b^3}$?

(a) a^3 (b) $\frac{a}{b}$ (c) $\frac{a^3}{b^2}$ (d) $\frac{a^2}{b^3}$

2 Quelle est la valeur de $(\frac{7}{\sqrt{7}})^0 - \frac{7}{(\sqrt{7})^0}$?

(a) 0 (b) 6 (c) 1 (d) – 6

3 Quel est le résultat de $(\sqrt{3})^3 \times (\sqrt{3})^{-4}$?

(a) $\sqrt{3}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (c) 3 (d) $\frac{1}{3}$

4 Quel est le résultat de $(\frac{\sqrt{5}}{10})^{-1}$?

(a) $2\sqrt{5}$ (b) $5\sqrt{2}$ (c) $\frac{5}{\sqrt{10}}$ (d) 2

5 Quel est le périmètre d'un carré dont l'aire est de a cm²?

(a) a^4 cm (b) $(\sqrt{a})^4$ cm (c) $4\sqrt{a}$ cm (d) $4\,a$ cm

6 Quelle est la valeur de $4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2$?

(a) 4^2 (b) 4^3 (c) 4^8 (d) 4^{16}

7 Si $2^{x-1} = 1$, quelle est la valeur de x?

(a) 0 (b) 1 (c) – 1 (d) – 2

8 Si $(\sqrt{6})^x \times \sqrt{6} = 1$, quelle est la valeur de x?

(a) 0 (b) 1 (c) – 1 (d) – 2

9 Quel est le $\frac{1}{5}$ du nombre $(\sqrt[3]{5})^6$?

(a) 5 (b) 25 (c) $\sqrt[3]{5}$ (d) $(\sqrt[3]{5})^8$

10 Si $2^x = 3$, quelle est la valeur de 2^{x+1}?

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 9

Deuxièmement **Appliquer les concepts**

11 **Simplifie chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:**

① $\frac{(-2\,x\,y)^{-3}}{x^{-4}\,y^{-3}}$

② $\frac{-3\,a^2\,b \times 4\,a^{-1}\,b^{-2}}{12\,(a\,b)^{-2}}$

③ $(\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}})^4$

④ $\frac{(\sqrt{3})^3 \times 27}{(\sqrt{3})^5 \times (\sqrt{3})^4}$

⑤ $\frac{(\sqrt{18})^2 \times (\sqrt{2})^{-1}}{(\sqrt{8})^{-1}}$

⑥ $\frac{(2)^{2n+1} \times (3)^{2n+1}}{(6)^{2n}}$

⑫ **Simplifie chacun de ce qui suit à la forme la plus simple:**

① $\dfrac{(\sqrt{6})^{n+2} \times (\sqrt{3})^{n}}{4 \times (\sqrt{2})^{n-2}}$, puis trouve la valeur du résultat lorsque $n = 1$

② $\dfrac{10^{-n} \times 0{,}01}{10^{-n-6} \times 10^{n}}$, puis trouve la valeur du résultat lorsque $n = 3$

⑬ Si $x = \sqrt{2}$ et $y = \sqrt{6}$, quelle est la valeur de $\dfrac{y^6 x^{-4}}{x^2}$?

⑭ Si $x = 2\sqrt{3}$ et $y = 3\sqrt{2}$, trouve la valeur numérique de l'expression $(x^2 - y^2)^{-1}$

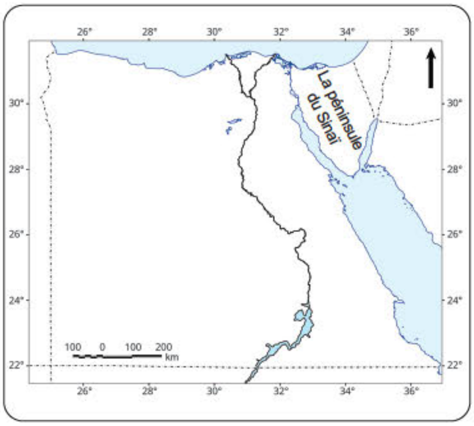
⑮ Si $2^x = 5$, trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

① 2^{x+1} ② 2^{1-x} ③ $2^{x+2} + 2^{x+3}$

⑯ Si $x = \sqrt{5}$ et $y = 5$, trouve la valeur de $x^{-10} y^{10}$

Troisièmement — L'analyse et l'intégration des disciplines

⑰ **Géographie:** Si tu sais que l'aire de la Péninsule du Sinaï est environ 6 % de l'aire de la République Arabe d'Égypte, qui est d'environ 10^6 km^2, quelle est l'aire approximative de la Péninsule du Sinaï en kilomètres carrés?



Le Sinaï, la terre de turquoise, et les villes du canal connaissent un véritable essor et des réalisations dans tous les secteurs du développement, ce qui est une source de fierté.

On doit suivre les consignes de sécurité et de sûreté dans l'environnement du travail afin d'assurer la sécurité des personnes.

⑱ **Menuiserie:** Un menuisier a fabriqué une boîte en bois en forme de parallélépipède rectangle avec une base de forme carré dont le côté mesure $2\sqrt{7}$ pieds et la hauteur mesure $3\sqrt{7}$ pieds. Alors, quel est le volume de la boîte?

Pensée créative

⑲ Lequel de ce qui suit exprime la moyenne arithmétique de deux nombres 2^{x+1} et 2^x où $x \in Z$?

(a) 2 (b) 2^{2x+1}

(c) $2^{x-1} + 2^x$ (d) $2^{x+1} + 2^x$

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des lois des exposants dans les nombres réels?

Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Évaluation de l'unité 1

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 1? Coche la case appropriée. ☐ ☐ ☐ ☐

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Si $a = 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{16}$, quelle est la valeur de a ?
   (a) -1 (b) 1
   (c) $\sqrt[3]{2}$ (d) 0

2. Quel est l'intervalle qui représente $R^{-} \cap]-2\,;3]$?
   (a) $]-2\,;0[$ (b) $]-2\,;0]$
   (c) $]-2\,;1]$ (d) $]0\,;3]$

3. Si $(\sqrt{2})^{x-1} = \sqrt{3}$, quelle est la valeur de $(\sqrt{2})^{x}$?
   (a) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ (b) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   (c) $\sqrt{6}$ (d) $\frac{1}{6}\sqrt{6}$

4. Lequel des nombres suivants n'est pas un nombre irrationnel?
   (a) $\sqrt[3]{-27}$ (b) $-\sqrt{2\frac{1}{4}}$
   (c) $0,\overline{5}$ (d) $3\sqrt{\frac{1}{3}}$

▸ **Complète chacun de ce qui suit avec la bonne réponse:**

5. L'ensemble de solution de l'équation $\frac{1}{2}x^2 + 2 = 0$ dans R est ....
6. Si n est un nombre entier, $n + 1 > \sqrt{29} > n$, alors $n =$ ....
7. L'inverse du nombre $\sqrt{10} - 3$ sous la forme la plus simple est égal à ....
8. Si $X =]-1\,;\infty[$, alors l'intervalle qui représente le complémentaire de X est égal à ....

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

9. Simplifie à la forme la plus simple l'expression $\dfrac{(\sqrt{15})^{n-2} \times (\sqrt{6})^{n}}{2 \times (\sqrt{10})^{n-2}}$, puis trouve la valeur numérique du résultat lorsque $n = 1$
10. Si $x = \sqrt{7} - \sqrt{6}$, alors trouve sous la forme la plus simple $x - \dfrac{1}{x}$
11. Si $A =]-\infty\,;1]$ et $B =]-2\,;2]$, alors trouve sous la forme d'intervalle $B - A$
12. Classe les nombres par ordre croissant: $3\frac{1}{2}$, $3,\overline{5}$ et $2\sqrt{3}$

Activité de l'unité 1 — Le triangle d'or

▸ **L'objectif de l'activité:** Connaître de nouveaux modèles et formes illustrant le nombre d'or en mathématiques.

▸ **Les étapes de mise en œuvre:**

En collaboration avec l'un de tes amis, essaye de faire ce qui suit:

1. Utilise une des applications d'intelligence artificielle pour rechercher des exemples du nombre d'or en mathématiques.
2. Cite un certain nombre de formes dans lesquelles le nombre d'or peut être trouvé.
3. Le nombre d'or peut-il être trouvé dans un triangle?
   Recueille des données sur ce cas et mentionne le type de triangle qui peut être appelé (le triangle d'or).
4. Explique les étapes que tu as suivies pour répondre aux questions précédentes, en montrant quelques images des formes que tu as trouvées.

UNITÉ 2

L'algèbre

Leçons de l'unité

2-1 La factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur

2-2 La factorisation d'un trinôme

2-3 La factorisation des cas particuliers

2-4 La factorisation par partition

La factorisation est une opération mathématique important utilisé dans certains algorithmes d'intelligence artificielle, où chaque type de factorisation s'intègre à un aspect spécifique de la conception et de l'entraînement des modèles intelligents (applications d'intelligence artificielle).

▶ **Peut-on développer le rôle de factorisation sous ses différents types dans la construction et le développement de modèles et d'applications d'intelligence artificielle?**

Les enjeux et les compétences de la vie

- La pensée critique
- La pensée créative
- Le développement durable
- La communication mathématique

Les valeurs

- L'appréciation de l'art et de la beauté
- La conscience environnementale
- Le respect
- La responsabilité
- La conscience culturelle

Leçon

2 - 1 La factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur

Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur.
- Factoriser un polynôme en extrayant le plus grand commun diviseur.
- Utiliser la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur pour résoudre des problèmes.
- Résoudre des équations en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur.

Vocabulaire

- La factorisation
- Polynôme
- Monôme
- Binôme
- Trinôme

Réfléchis avec tes camarades

Pourquoi $-2x^3$ est un polynôme, tandis que $3x^{-2}$ n'est pas un polynôme et que $3x^{\frac{1}{2}}+2$ n'est pas un polynôme?

Sois prêt!

Les champions d'Egypte dans le jeu du squash

L'Égypte occupe des positions avancées à l'échelle mondiale dans le sport du squash, où les joueurs égyptiens, hommes et femmes, ont remporté de nombreux championnats majeurs ces dernières années.
En supposons que l'aire d'un terrain de squash soit égale à $(4x^5 + 12x)$ m^2, ses dimensions peuvent-elles être $(4x^5)$ m et $(12x)$ m?
Ou ses dimensions peuvent-elles être $(x^4 + 3)$ m et $4x$ m?

Dans cette leçon, tu apprendras à factoriser en extrayant le plus grand commun diviseur, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!

On peut écrire l'expression $(12x^4 + 18x^3)$ comme le produit de deux facteurs de plus d'une façon, comme suit:

$3x(4x^3+6x^2)$ $2x^2(6x^2+9x)$ $6x^3(2x+3)$

$6x(2x^3+3x^2)$ $3x^2(4x^2+6x)$

Lequel des produits précédents est une factorisation de l'expression $(12x^4 + 18x^3)$ en extrayant le plus grand commun diviseur? Discute.

Apprends!

La factorisation d'un polynôme en extrayant le plus grand commun diviseur (PGCD)

Un polynôme est une expression mathématique dont toutes les exposants de ses variables sont des nombres entiers positifs.

Exemples de polynômes:

- Polynôme (monôme): $-3xy$
- Polynôme (binôme): $4xy^2 + 2x$
- Polynôme (trinôme): $2x^2 + 3y + 8$

Comment factoriser un polynôme en extrayant le plus grand commun diviseur

Lorsqu'on factorise le polynôme $6x^2 - 15x$ en extrayant le PGCD, on suit les étapes suivantes:

1. Factorise chaque terme comme le produit de nombres premiers et de variables à l'exposant 1 comme suit:

$$6x^2 = 2 \times 3 \times x \times x$$
$$15x = 3 \times 5 \times x$$

∴ Le plus grand commun diviseur est $3x$.

2. Divise $(6x^2 - 15x)$ par le plus grand commun diviseur $(3x)$, alors le quotient est $(2x - 5)$

3. Écris le plus grand commun diviseur en dehors des parenthèses et écris le quotient à l'intérieur des parenthèses comme dans la figure ci-contre.

Factorisation →

$$6x^2 - 15x = 3x(2x - 5)$$

← Distribution

Exemple 1

Factorise les polynômes suivants en extrayant le plus grand commun diviseur:

1. $8x^2 - 16$
2. $15x^2y^2 - 30xy^3$
3. $2a^3b^2 + 8a^2b^3 - 16ab$
4. $-4x^4 + 12x^3 - 8x^2$

✓

1. Où le PGCD est 8

$$\therefore 8x^2 - 16 = 8(x^2 - 2)$$

2. Où le PGCD est $15xy^2$

$$\therefore 15x^2y^2 - 30xy^3 = 15xy^2(x - 2y)$$

3. $2a^3b^2 + 8a^2b^3 - 16ab = 2ab(a^2b + 4ab^2 - 8)$
4. $-4x^4 + 12x^3 - 8x^2 = -4x^2(x^2 - 3x + 2)$

■ Remarque que

Pour trouver le PGCD entre les termes d'un polynôme:

1. On trouve le PGCD des facteurs numériques.
2. On prend chaque variable répétée dans tous les termes avec son plus petit exposant.

■ Remarques:

- Si le coefficient du premier terme dans un polynôme est négatif, alors il est préférable de prendre (–1) comme un facteur commun de chacun des termes du polynôme.
  Par exemple: $-a + b - c = -(a - b + c)$
- Un polynôme qui ne peut pas être factorisé s'appelle «un polynôme irréductible».
  Exemple: $2x^4 + 7$ et $3x^2 + 4y^2$

■ Information précédente

- On peut distribuer la multiplication sur l'addition, exemple:
  $2x(x + 4) = 2x^2 + 8x$
- On peut distribuer la multiplication sur la soustraction, exemple:
  $3x(2x - 5) = 6x^2 - 15x$

■ Auto-évaluation 1

Factorise les polynômes suivants en extrayant le plus grand commun diviseur:

1. $12x^2 + 16$
2. $6a^4 - 5a^2$
3. $4x^3 - 8x^2 + 12x$
4. $36ab - 24a^2b - 18ab^2$

■ La vérification de la validité de la factorisation

Tu peux vérifier la validité de la factorisation en multipliant les facteurs résultants les uns par les autres pour obtenir le polynôme original.

Auto-évaluation (2)

Trouve la valeur numérique de chacun de ce qui suit en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur:

1. $83 \times 57 + 83 \times 43$
2. $43 \times 87 - 43 \times 30 + (43)^2$
3. $13 \times 115 - 13 \times 16 + 13$

Exemple 2

Trouve la valeur numérique de chacun de ce qui suit en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur:

1. $19 \times 23 + 19 \times 27$
2. $37 \times 163 - 37 \times 26 - (37)^2$
3. $25 \times 158 - 25 \times 57 - 25$

✓

(1) $19 \times 23 + 19 \times 27 = 19\,(23 + 27) = 19 \times 50 = 950$

(2) $37 \times 163 - 37 \times 26 - 37 \times 37 = 37\,(163 - 26 - 37)$
$= 37 \times 100 = 3700$

(3) $25 \times 158 - 25 \times 57 - 25 \times 1 = 25\,(158 - 57 - 1)$
$= 25 \times 100 = 2500$

Auto-évaluation (3)

Factorise les polynômes suivants en extrayant le plus grand commun diviseur:

1. $16\,a\,(a - b) + 24\,b\,(a - b)$
2. $(x + 2)^2 + 3\,(x + 2)$
3. $(x - 5)^2 - x + 5$

Exemple 3

Factorise les polynômes suivants en extrayant le plus grand commun diviseur:

1. $12\,x\,(x + y) - 18\,y\,(x + y)$
2. $(x - 5)^2 - 2\,(x - 5)$
3. $(x + 3)^2 - x - 3$

Remarque que

On peut prendre la parenthèse répétée contenant un polynôme comme un facteur commun.

✓

(1) Où le PGCD est $6\,(x + y)$

$\therefore 12\,x\,(x + y) - 18\,y\,(x + y) = 6\,(x + y)\,(2\,x - 3\,y)$

(2) Où le PGCD est $(x - 5)$

$\therefore (x - 5)^2 - 2\,(x - 5) = (x - 5)\,(x - 5 - 2) = (x - 5)\,(x - 7)$

(3) $(x + 3)^2 - x - 3 = (x + 3)^2 - (x + 3)$
$= (x + 3)\,(x + 3 - 1)$
$= (x + 3)\,(x + 2)$

Auto-évaluation (4)

Si $(5\,a + 4\,b) = 65$ et
$5\,a\,(2\,a - 3\,b) + 4\,b\,(2\,a - 3\,b) = 195$

Trouve la valeur numérique de l'expression $(2\,a - 3\,b)$

Exemple 4

Si $x + 2\,y = 8$ **et** $2\,x + y = 7$

Trouve la valeur numérique de l'expression: $2\,x\,(x + 2\,y) + y\,(x + 2\,y)$

✓

On peut utiliser la factorisation en extrayant le PGCD pour simplifier l'expression donnée comme suit:

$2\,x\,(x + 2\,y) + y\,(x + 2\,y) = (x + 2\,y)\,(2\,x + y)$
$= 8 \times 7 = 56$

Résous les équations en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur

Propriété:

Si a et b sont deux nombres réels et que $a \times b = 0$, alors:
$a = 0$ ou $b = 0$ ou les deux sont égaux à zéro.

Exemple 5

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes dans R:

1. $3x^2 + 6x = 0$
2. $10x^3 - 25x^2 = 0$
3. $x^2 = 3x$

✓

(1) $\because 3x^2 + 6x = 0$ $\therefore 3x(x+2) = 0$

$\therefore$ Soit $3x = 0$ et donc $\boxed{x = 0}$

ou $x + 2 = 0$ et donc $\boxed{x = -2}$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{0 ; -2\}$

(2) $\because 10x^3 - 25x^2 = 0$

$\therefore 5x^2(2x - 5) = 0$

$\therefore$ Soit $5x^2 = 0$ et donc $\boxed{x = 0}$

ou $2x - 5 = 0$ et donc $\boxed{x = \frac{5}{2}}$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{0 ; \frac{5}{2}\}$

(3) $\because x^2 = 3x$ $\therefore x^2 - 3x = 0$

$\therefore x(x - 3) = 0$

$\therefore$ Soit $\boxed{x = 0}$

ou $x - 3 = 0$ et donc $\boxed{x = 3}$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{0 ; 3\}$

Pensée critique

En résolvant l'équation $x^2 = 3x$, peut-on diviser les deux membres de l'équation par la variable x?

Auto-évaluation (5)

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes dans R:

1. $x^2 + 2x = 0$
2. $2x^2 - 3x = 0$
3. $15x^3 + 12x^2 = 0$

La vérification de la validité de la solution

Pour vérifier la validité de la solution de l'équation $3x^2 + 6x = 0$, remplace la valeur de x par 0 et –2 dans l'équation d'origine comme suit:

- Remplace x par 0:

$3(0)^2 + 6(0) \overset{?}{=} 0$

$0 + 0 \overset{?}{=} 0$

$0 = 0$

Ce qui signifie que 0 est une solution de l'équation.

- Remplace x par -2:

$3(-2)^2 + 6(-2) \overset{?}{=} 0$

$12 + (-12) \overset{?}{=} 0$

$0 = 0$

Ce qui signifie que -2 est une solution de l'équation.

- Essaie de vérifier par toi-même la validité de la solution dans chacune des deux équations 2 et 3 à l'aide de l'exemple ci-contre.

Évaluation de la leçon

Premièrement — Mesurer les concepts

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) Quel est le plus grand commun diviseur entre les termes du polynôme $12x^2 - 8x$?

(a) 2 (b) 4
(c) $2x$ (d) $4x$

(2) Lequel de ce qui suit représente la factorisation du polynôme $16x^2 - 24x^3$ en extrayant le PGCD?

(a) $8x(2x - 3x^2)$ (b) $4x^2(4 - 6x)$
(c) $8x^2(2 - 3x)$ (d) $8(2x^2 - 3x^3)$

(3) $6a - 8b =$ ....

(a) $6(a - 2b)$ (b) $4(2a - 4b)$
(c) $2(3a - 4b)$ (d) $14(a - b)$

(4) $x^2y - xy^2 =$ ....

(a) $xy(x - y)$ (b) $x^2y(1 - y)$
(c) $xy^2(x - 1)$ (d) $xy(y - x)$

(5) $x(a + b) + y(a + b) =$ ....

(a) $(x - y)(a - b)$ (b) $(x + y)(a + b)$
(c) $(x - y)(a + b)$ (d) $(x + y)(a - b)$

(6) Si $x + y = 10$ et $a - b = 7$, alors:

$x(a - b) - y(b - a) =$ ....

(a) 3 (b) 17
(c) 51 (d) 70

▸ **Découvre l'erreur:**

(7) Sameh et Islam ont résolu l'équation $4x^2 = 8x$, comme indiqué devant toi:

Lequel d'entre eux a trouvé la bonne solution? Discute.

La solution de Sameh:

$4x^2 = 8x$

$\frac{4x^2}{4x} = \frac{8x}{4x}$

$x = 2$

La solution d'Islam:

$4x^2 = 8x$

$4x^2 - 8x = 0$

$4x(x - 2) = 0$

Soit $4x = 0$ et donc $x = 0$

ou $x - 2 = 0$ et donc $x = 2$

Deuxièmement — Appliquer les concepts

(8) **Factorise les polynômes suivants en extrayant le plus grand commun diviseur (le PGCD):**

(1) $12y + 4$
(2) $4m - mn$
(3) $15a - 25b$
(4) $18a + 27ab$
(5) $-7k - 49m$
(6) $9a^2b - 6ab^2 + 3ab$
(7) $2a - 4ab - 6abc$
(8) $x^2y^3 + x^2y^2 + x^3y^2$
(9) $-4x^5 + 6x^4 - 8x^3 + 12x^2$
(10) $16a^6 - 4a^4 + 12a^2$

9 **Factorise les polynômes suivants en extrayant le plus grand commun diviseur (le PGCD):**

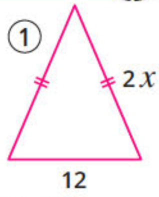
① $a(b+5)+2(b+5)$	② $(4x-1)-y(4x-1)$	③ $(2x-3)^2-2(2x-3)$
④ $(7x-5)^2-7x+5$	⑤ $(x+2)^3-2(x+2)^2$	⑥ $3x+6-(x+2)^2$

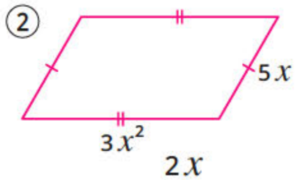
10 **Trouve l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes dans R:**

① $x^2-x=0$	② $4x^2+8x=0$	③ $5x-x^2=0$
④ $x^2=5x$	⑤ $2x^2-3x=0$	⑥ $12x^2-4x=0$

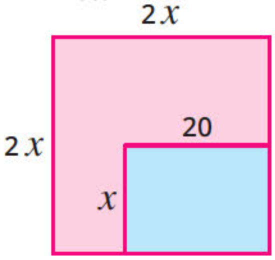
Troisièmement — L'analyse et l'intégration des disciplines

11 **Géométrie:** Trouve le périmètre de chacune des deux figures ci-contre sous forme de deux facteurs en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur.





12 **Géométrie:** Un ingénieur a un terrain en forme de carré dont la longueur de son côté mesure $(2x)$ m. Il souhaite y construire une maison en forme de rectangle dont les dimensions sont x m et 20 m et utiliser l'espace restant comme jardin, comme indiqué sur la figure. Trouve l'aire du jardin et écris le résultat comme un produit de deux facteurs en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur.



Il faut préserver l'environnement aquatique de la pollution afin de protéger les vivants aquatiques.

13 **Les vivants aquatiques:** Un dauphin saute vers le haut de telle sorte que sa hauteur en mètres après un temps (t) en secondes soit égale à $(32t-16t^2)$. Écris la hauteur du dauphin comme un produit de deux facteurs en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur, puis trouve sa hauteur lorsque $t=1$

14 **Industrie:** Une usine de fournitures scolaires produit deux types de produits, des cahiers et des stylos. Le coût d'un seul cahier est de $(6x^2y)$ Livres et le coût d'un seul stylo est de $(9xy^2)$ Livres. Si l'usine produit 300 cahiers et 200 stylos, écris l'expression mathématique qui représente le coût total de fabrication comme un produit de deux facteurs en utilisant la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur.

Les petites et moyennes industries créent des occasions du travail et soutiennent l'économie locale.

Pensée créative

15 Si $14x+10=a(7x+b)$ et $6x+9=c(2x+d)$

Trouve la valeur numérique de l'expression d^c+b^a

▸ **Problème ouvert**

16 Écris un trinôme tel que le plus grand commun diviseur de ses termes soit $3x^2$

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la factorisation en extrayant le plus grand commun diviseur? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon

2-2

La factorisation d'un trinôme

■ **Résultats d'apprentissage**

- Factoriser un trinôme de la forme: $X^2 + bX + c$
- Factoriser un trinôme de la forme: $aX^2 + bX + c$ (où $a \neq \pm 1$).
- Utiliser la factorisation pour résoudre des équations quadratiques.
- Utiliser la factorisation pour résoudre des problèmes de la vie.

■ **Vocabulaire**

- Factorisation
- Trinôme
- Équation quadratique

Sois prêt!

Avec le développement fulgurant de l'industrie des smartphones, les entreprises mondiales se font concurrence pour concevoir des écrans aux dimensions précises qui assurent le confort d'utilisation et la qualité d'affichage.
Lors de la phase de conception d'un nouveau smartphone, les concepteurs ont décidé que l'écran du téléphone serait de forme rectangulaire, de sorte que la longueur de l'écran soit supérieure à sa largeur de 7 cm et que l'aire totale de l'écran soit de 120 cm^2. Quelles sont alors la longueur et la largeur de l'écran proposé?
Dans cette leçon, tu apprendras à factoriser un trinôme , puis à utiliser la factorisation pour résoudre des équations quadratiques, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!

Omar prévoit de construire une piscine de forme rectangulaire dont l'aire de son sol est de 40 m^2 et le périmètre est de 26 m. Peux-tu savoir les deux dimensions du sol de cette piscine?

▶ Réfléchis à trouver deux nombres dont le produit est 40 et dont la somme est 13 (la moitié du périmètre du sol de la piscine).

Apprends!

Premièrement La factorisation d'un trinôme de la forme $X^2 + bX + c$

Lorsqu'on multiplie les deux binômes $(X + 2)$ et $(X + 3)$, on constate que le résultat est un trinôme comme suit:

$(X + 2)(X + 3) = X^2 + 5X + 6$.

Remarque que:

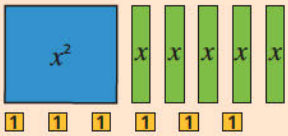
- Le dernier terme 6 dans le trinôme est **le produit** des deux derniers termes dans les deux binômes 2 et 3.
- Le coefficient du terme médian 5 dans le trinôme est le résultat de **la somme** des deux derniers termes dans les deux binômes 2 et 3.

Modélisation

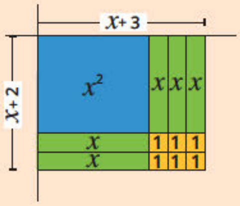
Tu peux utiliser les modèles de cartes pour factoriser

$x^2 + 5x + 6$

▸ **Utilise les cartes suivantes:**



▸ **Forme un rectangle en utilisant toutes les cartes comme suit:**



$\therefore x^2 + 5x + 6$

$= (x + 2)(x + 3)$

Auto-évaluation ①

Factorise chacun de ce qui suit:

❶ $x^2 + 5x + 4$

❷ $x^2 - 11x + 24$

❸ $x^2 - 3x - 28$

❹ $x^2 + x - 42$

Remarque que

Lorsqu'on factorise le trinôme $x^2 + bx + c$ de la forme

$(x + \ell)(x + m)$

alors:

❶ Si c est positif, alors ℓ et m ont le même signe que b.

❷ Si c est négatif, alors ℓ et m ont des signes différents et le plus grand numériquement a le même signe que b.

L'opération de factorisation d'un trinôme est une opération inverse de la multiplication.

Par exemple:

Pour factoriser le trinôme $x^2 + 5x + 6$,
cherche deux nombres entiers dont le produit est 6 et la somme est 5,
tu trouves que les deux nombres sont 2 et 3,

où: $2 \times 3 = 6$ et $2 + 3 = 5$

c'est-à-dire que: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

Comment factoriser un trinôme de la forme $x^2 + bx + c$

Pour factoriser un trinôme de la forme: $x^2 + bx + c$ où b et c sont deux nombres entiers, trouve deux nombres entiers ℓ et m tels que:

$b = \ell + m$ et $c = \ell m$,

puis écris: $x^2 + bx + c = (x + \ell)(x + m)$

Exemple 1

Factorise chacun de ce qui suit:

❶ $x^2 + 7x + 12$ ❷ $x^2 - 6x + 8$

❸ $x^2 + x - 12$ ❹ $x^2 - 7x - 18$

✓

① Pour factoriser le trinôme:
$x^2 + 7x + 12$, cherche deux nombres entiers dont le produit est (+12) et la somme est (+7).

∴ Les deux nombres sont positifs

∴ $x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$

Les produits possibles	La somme correspondante	
(1) (12)	13	✗
(2) (6)	8	✗
(3) (4)	7	✓

∴ Les deux nombres sont $+4$ et $+3$

② Pour factoriser le trinôme:
$x^2 - 6x + 8$, cherche deux nombres entiers dont le produit est (+8) et la somme est (–6).

∴ Les deux nombres sont négatifs

∴ $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$

Les produits possibles	La somme correspondante	
(– 1) (– 8)	– 9	✗
(– 2) (– 4)	– 6	✓

∴ Les deux nombres sont -2 et -4

③ Pour factoriser le trinôme:
$x^2 + x - 12$, cherche deux nombres entiers dont le produit est (–12) et la somme est (+1)

∴ Les deux nombres ont des signes différents et le plus grand numériquement a un signe positif

∴ $x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$

Les produits possibles	La somme correspondante	
(– 1) (12)	+ 11	✗
(– 2) (6)	+ 4	✗
(– 3) (4)	+ 1	✓

∴ Les deux nombres sont $+4$ et -3

④ Pour factoriser le trinôme: $x^2 - 7x - 18$, cherche deux nombres entiers dont le produit est (–18) et la somme est (–7).

∴ Les deux nombres ont des signes différents et le plus grand numériquement a un signe négatif.

∴ $x^2 - 7x - 18 = (x - 9)(x + 2)$

Les produits possibles	La somme correspondante	
(1) (– 18)	– 17	✗
(2) (– 9)	– 7	✓
(3) (– 6)	– 3	✗

∴ Les deux nombres sont – 9 et + 2

■ Auto-évaluation ②

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

❶ $4x^2 - 8x - 60$

❷ $-x^2 - 13x - 36$

■ Remarque que

La factorisation complète est l'écriture d'un polynôme de la forme d'un produit de polynômes irréductibles.

Exemple 2

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

❶ $3x^2 + 6x - 72$

❷ $12x - 3x^3 - 9x^2$

❸ $x^2 - 5xy + 6y^2$

❹ $y(y+1) - 30$

❺ $x^6 - 10b^4 - 3x^3b^2$

✓

① $3x^2 + 6x - 72 = 3(x^2 + 2x - 24) = 3(x + 6)(x - 4)$

② $12x - 3x^3 - 9x^2 = -3x^3 - 9x^2 + 12x$

«Classification des termes par ordre décroissant selon les exposants de x »

$= -3x(x^2 + 3x - 4)$ «Extraction du PGCD »

$= -3x(x - 1)(x + 4)$ «Factorisation d'un trinôme»

③ $x^2 - 5xy + 6y^2 = (x - 3y)(x - 2y)$

④ $y(y + 1) - 30 = y^2 + y - 30$ «Suppression des parenthèses»

$= (y + 6)(y - 5)$

⑤ $x^6 - 10b^4 - 3x^3b^2 = x^6 - 3x^3b^2 - 10b^4$

«Classification des termes par ordre décroissant selon les exposants de x »

$= (x^3 + 2b^2)(x^3 - 5b^2)$

Deuxièmement La factorisation d'un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$ où $(a \neq \pm 1)$

■ Auto-évaluation ③

Factorise chacun de ce qui suit :

❶ $3x^2 - 11x + 6$

❷ $6x^2 + 7x + 2$

❸ $2x^2 + x - 10$

❹ $5x^2 - 28x - 12$

Exemple 3

Factorise chacun de ce qui suit:

❶ $2x^2 + 7x + 6$

❷ $4x^2 + x - 3$

❸ $2x^4 + 9x^2 + 10$

✓

① Factorise $2x^2$ à x et $2x$ ⟶ $(x \quad)(2x \quad)$

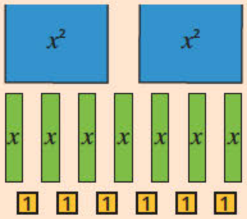
Factorise 6 à $+1$ et $+6$ ou $+2$ et $+3$

en excluant les facteurs négatifs car le coefficient de x est positif.

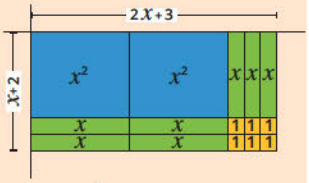
■ **Modélisation**

On peut utiliser les modèles de cartes pour factoriser $2x^2 + 7x + 6$

▸ **Utilise les cartes suivantes:**



▸ **Forme un rectangle en utilisant toutes les cartes comme suit:**



$\therefore 2x^2 + 7x + 6$

$= (2x + 3)(x + 2)$

• Détermine le terme médian correspondant comme suit:

$\therefore 2x^2 + 7x + 6 = (x + 2)(2x + 3)$

Et on peut utiliser la méthode de l'intersection (les ciseaux) pour effectuer les tentatives précédentes comme suit:

La factorisation possible	Le terme médian correspondant	
$(x+1)(2x+6)$	$6x + 2x = 8x$	✗
$(x+6)(2x+1)$	$x + 12x = 13x$	✗
$(x+2)(2x+3)$	$3x + 4x = 7x$	✓
$(x+3)(2x+2)$	$2x + 6x = 8x$	✗

$(2x \quad +6)$ / $(x \quad +1)$	$(2x \quad +1)$ / $(x \quad +6)$	$(2x \quad +3)$ / $(x \quad +2)$	$(2x \quad +2)$ / $(x \quad +3)$
$2x + 6x = 8x \neq 7x$	$12x + x = 13x \neq 7x$	$4x + 3x = 7x$ (le terme médian)	$6x + 2x = 8x \neq 7x$
(✗)	(✗)	(✓)	(✗)

$\therefore 2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

② Factorise $4x^2$ à $2x$ et $2x$ ⟶ $(2x \quad)(2x \quad)$

ou x et $4x$ ⟶ $(x \quad)(4x \quad)$

Factorise -3 à -1 et $+3$ ou $+1$ et -3

Détermine le terme médian correspondant comme suit:

La factorisation possible	Le terme médian correspondant	
$(2x-1)(2x+3)$	$4x$	✗
$(2x+1)(2x-3)$	$-4x$	✗
$(x-1)(4x+3)$	$-x$	✗
$(x+1)(4x-3)$	x	✓
$(x-3)(4x+1)$	$-11x$	✗
$(x+3)(4x-1)$	$11x$	✗

$\therefore 4x^2 + x - 3 = (x + 1)(4x - 3)$

③ $2x^4 + 9x^2 + 10 = (2x^2 + 5)(x^2 + 2)$

■ **Réfléchis avec tes camarades:**

Est-il possible de factoriser $3x^4 + 11x + 6$?

■ **Auto-évaluation** ④

Trouve un ensemble des solutions pour chacune des équations suivantes dans R:

1. $x^2 - 8x + 15 = 0$
2. $x^2 - 3x = 10$
3. $-x^2 + 24 = 5x$
4. $3x^2 + 11x - 20 = 0$

Résous les équations en utilisant la factorisation

Exemple 4

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes dans R:

① $x^2 + 5x - 36 = 0$ ② $x^2 + 30 = -13x$ ③ $6x^2 - 13x + 6 = 0$

① $\because x^2 + 5x - 36 = 0$ $\therefore (x - 4)(x + 9) = 0$

$\therefore$ Soit $x - 4 = 0$ et donc $x = 4$

ou $x + 9 = 0$ et donc $x = -9$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{4; -9\}$

■ **La vérification de la validité de la solution**

Tu peux vérifier la validité de la solution en substituant toutes les valeurs de X dans l'équation d'origine pour vérifier que les deux membres de l'équation sont égaux.

② $\because X^2 + 30 = -13X$ $\therefore X^2 + 13X + 30 = 0$

$\therefore (X + 3)(X + 10) = 0$

$\therefore$ Soit $X + 3 = 0$ et donc $\boxed{X = -3}$

ou $X + 10 = 0$ et donc $\boxed{X = -10}$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{-3 ; -10\}$

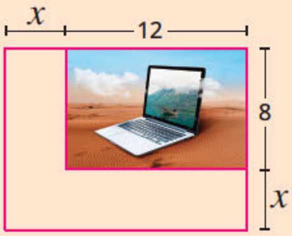
③ $\because 6X^2 - 13X + 6 = 0$ $\therefore (2X - 3)(3X - 2) = 0$

$\therefore$ Soit $2X - 3 = 0$ et donc $\boxed{X = \frac{3}{2}}$

ou $3X - 2 = 0$ et donc $\boxed{X = \frac{2}{3}}$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{\frac{3}{2} ; \frac{2}{3}\}$

■ **Auto-évaluation ⑤**



L'un des sponsors de la fête annuelle de l'école a demandé d'augmenter la longueur et la largeur d'une image dans leur publicité de la même expression afin de doubler l'aire de l'image. Si l'image originale mesure 8 cm de largeur et 12 cm de longueur, alors quelles sont les nouvelles dimensions de l'image agrandie?

Exemple 5

Sarah a un jardin de forme rectangulaire dont l'aire est de $(3X^2 + 4X - 7)$ m². Utilise la factorisation pour trouver deux dimensions possibles du jardin. Si Sarah voulait agrandir le jardin de manière à ce que chaque dimension soit supérieure de 3 m à ce qu'elle était, quelle sera alors l'aire du jardin après son agrandissement?

✓

$\because$ L'aire du jardin $= (3X^2 + 4X - 7)$ m².

$= (3X + 7)(X - 1)$

$\therefore$ La largeur du jardin $= (X - 1)$ m et la longueur du jardin $= (3X + 7)$ m

Et après l'agrandissement du jardin,

sa largeur sera $= (X - 1 + 3) = (X + 2)$ m.

Et sa longueur $= (3X + 7 + 3) = (3X + 10)$ m.

$\therefore$ L'aire du jardin après son agrandissement $= (3X + 10)(X + 2)$

$= (3X^2 + 16X + 20)$ m².

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① Lequel de ce qui suit représente la factorisation du polynôme $x^2 + x - 20$?

(a) $(x - 4)(x + 5)$ (b) $(x + 4)(x + 5)$

(c) $(x - 4)(x - 5)$ (d) $(x + 4)(x - 5)$

② Lequel des graphiques suivants représente la factorisation du polynôme $9x^2 - 9x - 4$?

(a)	(b)	(c)	(d)
$(3x \quad -4)$	$(3x \quad -2)$	$(9x \quad -1)$	$(9x \quad -4)$
$(3x \quad +1)$	$(3x \quad +2)$	$(x \quad +4)$	$(x \quad +1)$

③ Si $(x - 3)(x + 5) = 0$, lequel de ce qui suit est correct?

(a) $x = 3$ ou $x = 5$ (b) $x = 3$ ou $x = -5$

(c) $x = -3$ ou $x = 5$ (d) $x = -3$ ou $x = -5$

④ Si $x^2 + ax + 15 = (x + 3)(x + b)$, quelle est la valeur de ab?

(a) 5 (b) 8 (c) 13 (d) 40

⑤ Si $x^2 - 11x + 28 = (x - a)(x - b)$, quelle est la valeur de $a + b$?

(a) -16 (b) -11 (c) 11 (d) 16

⑥ Si $(x - 5)$ est l'un des deux facteurs du trinôme, $(2x^2 - 7x - 15)$, quel est l'autre facteur?

(a) $x + 3$ (b) $2x - 3$ (c) $2x + 3$ (d) $x - 3$

⑦ Si $3x - 2y = 6$ et $2x + 3y = 5$, quelle est la valeur numérique du polynôme $(6x^2 + 5xy - 6y^2)$?

(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 30

▸ **Découvre l'erreur:**

⑧ **Recherche l'erreur dans chacun de ce qui suit et corrige-la.**

①
$3x^2 + 7x - 6 = 0$
$(3x + 2)(x - 3) = 0$
$\therefore$ Soit $3x + 2 = 0$
et donc $x = \frac{-2}{3}$
ou $x - 3 = 0$
et donc $x = 3$

②
$2x^2 - 5x - 3 = 9$
$(2x + 1)(x - 3) = 0$
$\therefore$ Soit $2x + 1 = 0$
et donc $x = \frac{-1}{2}$
ou $x - 3 = 0$
et donc $x = 3$

③
$x^2 + 5x = 24$
$x(x + 5) = 24$
$\therefore$ Soit $x = 24$
ou $x + 5 = 24$
et donc $x = 19$

Deuxièmement | Appliquer les concepts

(9) Factorise complètement chacun de ce qui suit:

(1) $x^2 - 7x + 12$ (2) $y^2 + 42 + 13y$ (3) $-x^2 + 3x + 40$

(4) $14x - 32 + x^2$ (5) $3x^2 + 6x - 45$ (6) $5n^2 - 20n - 105$

(7) $3a^2 - 6a - 9$ (8) $2x^2 - 7x + 6$ (9) $3x^2 + 14x + 15$

(10) $6x^2 + 7xy - 3y^2$ (11) $5x^2 - 4y(7x + 3y)$ (12) $(x + 2)(x - 5) - 8$

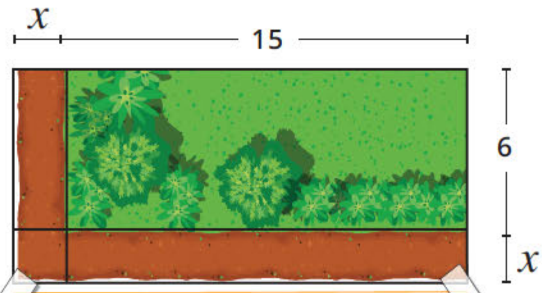
(13) $6x^3 - 60x - 2x^2$ (14) $18 - 21x^2 - 9x^4$ (15) $42x^2y^2 - 30x^2y^4 + 12x^2y^3$

(10) Résous chacune des équations suivantes dans R:

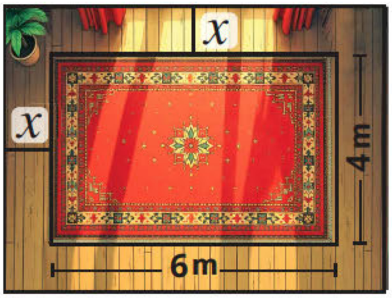
(1) $m^2 - 14m + 45 = 0$ (2) $x^2 - 21 = 4x$ (3) $3y^2 + 17y + 10 = 0$

Troisièmement | L'analyse et l'intégration des disciplines

(11) Agriculture: Youssef a un jardin de forme rectangulaire dont les dimensions sont de 6 m et 15 m. Il veut augmenter son aire de 46 m^2. Si la longueur et la largeur du jardin sont augmentées de la même expression, quelles seront alors les nouvelles dimensions du jardin?



Le jardinage ajoute une touche esthétique aux villes et joue un rôle important dans la purification de l'air.



Placer les tapis à l'endroit approprié et dans les couleurs convenables reflète un goût raffiné et une conscience de l'importance de l'harmonie visuelle.

(12) Décoration: Une pièce de forme rectangulaire dont l'aire de son sol est de 48 m^2. Fatma voulait recouvrir son sol, d'un tapis de 6 m de longueur et 4 m de largeur, en laissant une bordure de largeur x entre le tapis et le mur de tous les côtés. Trouve la largeur de cette bordure.

(13) Géométrie: Un triangle a une aire de 35 cm^2 Si la longueur de sa base est supérieure de 9 cm à la hauteur correspondante, quelle est alors la hauteur du triangle?

Pensée créative

(14) Trouve les valeurs entières positives de b qui rendent chacun de ce qui suit factorisable:

(1) $x^2 + bx + 12$ (2) $x^2 + bx - 14$ (3) $x^2 + 8x + b$

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la factorisation d'un trinôme? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon
2 - 3 La factorisation des cas particuliers

■ Résultats d'apprentissage

- Factoriser le trinôme qui représente un carré parfait
- Factoriser la différence de deux carrés.
- Factoriser la différence de deux cubes.
- Factoriser la somme de deux cubes
- Utiliser la factorisation pour faciliter d'effectuer les opérations mathématiques.
- Utiliser la factorisation pour résoudre certains problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- Le carré parfait.
- La différence de deux carrés.
- La différence de deux cubes.
- La somme de deux cubes.

Sois prêt!

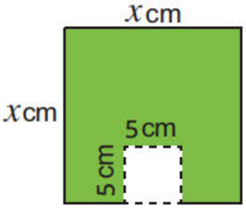
Les pyramides de Gizeh en Égypte sont l'une des plus grandes merveilles du monde antique. La base de la plus grande pyramide est de forme carrée et en supposant que son aire soit de $(x^2 + 6x + 9)$ m^2, peux-tu trouver son périmètre en fonction de x?

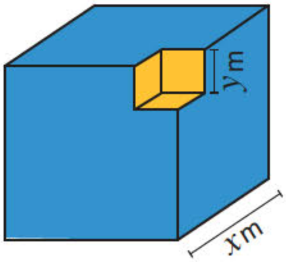
Les pyramides de Gizeh

Dans cette leçon, tu apprendras à factoriser le carré parfait et quelques autres cas particuliers, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!

- Si tu as un carré dont la longueur de son côté mesure x cm et que tu as décidé d'en découper un carré plus petit dont la longueur de son côté mesure 5 cm, comme dans la figure ci-contre, alors peux-tu exprimer l'aire de la partie restante comme le produit de deux facteurs? Discute





- Si tu as un cube dont la longueur de son arête est x m et tu as décidé d'en découper un cube plus petit dont la longueur de son arête est y m comme dans la figure ci-contre, alors peux-tu exprimer le volume de la partie restante comme le produit de deux facteurs? Discute.

Apprends!

Premièrement | **La factorisation du trinôme qui représente un carré parfait**

Si le trinôme est classé par ordre croissant ou décroissant selon les exposants de l'un de ses symboles, il représente un carré parfait si:

- Le premier terme est un carré parfait.
- Le troisième terme est un carré parfait.
- Le terme médian est égal au ($\pm 2\sqrt{\text{premier terme}} \times \sqrt{\text{troisième terme}}$).

- La factorisation d'un trinôme qui représente un carré parfait consiste à l'écrire de la forme du produit de deux facteurs égaux (c'est-à-dire le carré de l'un de ces deux facteurs égaux).

C'est-à-dire que:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

■ **Auto-évaluation** (1)

Indique lequel des polynômes suivants représente un carré parfait et lequel n'est pas un carré parfait, puis factorise le polynôme qui a la forme d'un carré parfait:

1. $16b^2 - 8b + 1$
2. $5x^2 + 20x + 4$
3. $x^2 + 2xy - y^2$
4. $9x^4 - 12x^2y + 4y^2$

Exemple 1

Indique lequel des polynômes suivants représente un carré parfait et lequel n'est pas un carré parfait, puis factorise le polynôme qui a la forme d'un carré parfait:

1. $4x^2 + 20x + 25$
2. $x^2 - 6x - 9$
3. $x^2 + 9x + 81$
4. $25x^4 - 30x^2y + 9y^2$

(1) $\because$

$4x^2 = (2x)^2$ «Carré parfait»	$25 = (5)^2$ «Carré parfait»	$2(2x)(5) = 20x$ «Le terme médian»

$\therefore$ Le polynôme $(4x^2 + 20x + 25)$ représente un carré parfait et il est:

$$4x^2 + 20x + 25 = (\sqrt{4x^2} + \sqrt{25})^2 = (2x+5)^2$$

de même signe que le terme médian

(2) Le polynôme $(x^2 - 6x - 9)$ n'est pas un carré parfait car le troisième terme (-9) est négatif, c'est-à-dire qu'il n'est pas un carré parfait.

(3) $\because$

$x^2 = (x)^2$ «Carré parfait»	$81 = (9)^2$ «Carré parfait»	$2(x)(9) = 18x$ «N'est pas égal au terme médian»

$\therefore$ Le polynôme $(x^2 + 9x + 81)$ n'est pas un carré parfait car le terme médian n'est pas égal au $(\pm 2\sqrt{\text{premier terme}} \times \sqrt{\text{troisième terme}})$.

(4) $\because$

$25x^4 = (5x^2)^2$ «Carré parfait»	$9y^2 = (3y)^2$ «Carré parfait»	$-2(5x^2)(3y) = -30x^2y$ «Le terme médian»

$\therefore$ Le polynôme $(25x^4 - 30x^2y + 9y^2)$ représente un carré parfait et il est:

$$25x^4 - 30x^2y + 9y^2 = (\sqrt{25x^4} - \sqrt{9y^2})^2 = (5x^2 - 3y)^2$$

de même signe que le terme médian

■ **Auto-évaluation** (2)

Trouve la valeur de a qui rend chacun de ce qui suit un carré parfait:

1. $x^2 - 10x + a$
2. $4x^2 + ax + 49$

■ **Auto-évaluation** (3)

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $x^2 - 1$
2. $16x^2 - 9$
3. $25x^2 - 36y^2$
4. $x^2y^2 - 4$

■ **Réfléchis**

Est-il possible de factoriser la somme de deux carrés $(x^2 + y^2)$?

■ **Auto-évaluation** (4)

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $x^3 + 1$
2. $m^3 - 343n^3$
3. $8x^6 - 27y^3$
4. $27 - a^3b^3$

Exemple 2

Trouve la valeur de a qui rend chacun de ce qui suit un carré parfait:

1. $x^2 + 14x + a$ 2. $x^2 - ax + 64$

✓

(1) Pour qu'un polynôme soit un carré parfait

$$a = \frac{(14x)^2}{4(x^2)} = \frac{196x^2}{4x^2} = 49$$

(2) Pour qu'un polynôme soit un carré parfait

$$-ax = \pm 2(\sqrt{x^2})(\sqrt{64})$$
$$= \pm 16x$$
$$\therefore a = \pm 16$$

■ **Remarque que**

1. Le terme médian est égal au $\pm 2\sqrt{\text{premier terme}} \times \sqrt{\text{troisième terme}}$.
2. Le premier terme est égal au $\dfrac{\text{carré du terme médian}}{(\text{Le troisième terme}) \times 4}$
3. Le troisième terme est égal au $\dfrac{\text{carré du terme médian}}{(\text{Le premier terme}) \times 4}$

Deuxièmement La factorisation de la différence de deux carrés

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Exemple 3

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $x^2 - 9$ 2. $9x^4 - 16y^2$ 3. $1 - 100x^2y^2$

✓

(1) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

(2) $9x^4 - 16y^2 = (3x^2 - 4y)(3x^2 + 4y)$

(3) $1 - 100x^2y^2 = (1 - 10xy)(1 + 10xy)$

Troisièmement La factorisation d'une somme et d'une différence de deux cubes.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Exemple 4

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $x^3 - 27$ 2. $a^6 - 8b^3$ 3. $1 + 512x^3y^3$

✓

(1) $x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

(2) $a^6 - 8b^3 = (a^2 - 2b)(a^4 + 2a^2b + 4b^2)$

(3) $1 + 512x^3y^3 = (1 + 8xy)(1 - 8xy + 64x^2y^2)$

Auto-évaluation (5)

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $y^2 - \frac{1}{9}$
2. $27x^3 - \frac{1}{64}$
3. $c^3 + \frac{1}{8}$
4. $x^2 + x + \frac{1}{4}$

Exemple 5

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{25}y^2$
2. $8y^3 - \frac{1}{27}$
3. $a^3b^3 + \frac{1}{216}$
4. $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{9}$

✓

(1) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{25}y^2 = (\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y)(\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y)$

(2) $8y^3 - \frac{1}{27} = (2y - \frac{1}{3})(4y^2 + \frac{2}{3}y + \frac{1}{9})$

(3) $a^3b^3 + \frac{1}{216} = (ab + \frac{1}{6})(a^2b^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{1}{36})$

(4) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{9} = (\frac{1}{2}x + \frac{2}{3})^2$

Remarque que

On peut factoriser des polynômes contenant des coefficients et des constantes rationnels en un produit de facteurs où chaque facteur est un polynôme contenant également des coefficients et des constantes rationnels.

Auto-évaluation (6)

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

1. $8x^3 - 18x$
2. $75x^3y + 60x^2y + 12xy$
3. $\frac{1}{3}x^2 - 3$
4. $32x^3(3a + b) - 50x(3a + b)$

Exemple 6

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

1. $5x^5 - 320x^2$
2. $16x^4 - y^4$
3. $12x - 9x^2 - 4$
4. $64 - (a + b)^2$

✓

(1) $5x^5 - 320x^2 = 5x^2(x^3 - 64)$

$= 5x^2(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

Remarque que

le plus grand commun diviseur est pris en premier, puis nous factorisons la parenthèse résultante si possible.

(2) $16x^4 - y^4 \quad = (4x^2 - y^2)(4x^2 + y^2)$

$= (2x - y)(2x + y)(4x^2 + y^2)$

(3) Classe d'abord le polynôme par ordre décroissant selon les exposants de x comme suit :

$-9x^2 + 12x - 4 = -(9x^2 - 12x + 4)$

$= -(3x - 2)^2$

(4) $64 - (a + b)^2 = (8 + (a + b))(8 - (a + b))$

$= (8 + a + b)(8 - a - b)$

Remarque que

le polynôme $(-9x^2 + 12x - 4)$ n'est pas un carré parfait, tandis que le polynôme $(9x^2 - 12x + 4)$ est un carré parfait.

Auto-évaluation (7)

Utilise la factorisation pour faciliter le calcul de la valeur de chacun de ce qui suit:

1. $(49)^2 - 2\,(49)\,(39) + (39)^2$
2. $(87)^2 - (13)^2$

Exemple 7

Utilise la factorisation pour faciliter le calcul de la valeur de chacun de ce qui suit:

1. $(57)^2 + 2\,(57)\,(43) + (43)^2$
2. $(99)^2 - 1$

✓

1. $(57)^2 + 2\,(57)\,(43) + (43)^2 = (57 + 43)^2 = (100)^2 = 10000$
2. $(99)^2 - 1 = (99 + 1)\,(99 - 1) = 100 \times 98 = 9800$

Auto-évaluation (8)

Si $a^2 - b^2 = 12$ et $b - a = -3$
Trouve la valeur numérique de l'expression:
$a + b$

Exemple 8

Si $2x - 3y = 5$ **et** $4x^2 - 9y^2 = 115$

Trouve la valeur numérique de l'expression: $2x + 3y$

✓

$\because 4x^2 - 9y^2 = 115$ $\qquad \therefore (2x - 3y)\,(2x + 3y) = 115$

$\therefore 5\,(2x + 3y) = 115$ $\qquad \therefore 2x + 3y = 23$

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) Si $x^2 - b^2 = (x - 3)\,(x + 3)$,quelle est la valeur de b?

(a) ± 1 (b) ± 3
(c) ± 6 (d) ± 9

(2) Si $a\,x^2 - b = (3x - 2)\,(3x + 2)$,quelle est la valeur de $a + b$?

(a) -13 (b) 13
(c) -5 (d) 5

(3) Si $a\,x^3 - 27 = (2x - 3)\,(4x^2 + bx + 9)$, quelle est la valeur de $a\,b$?

(a) 6 (b) 12
(c) 24 (d) 48

(4) Si le polynôme $(4x^2 + kx + 1)$ est un carré parfait, quelle est la valeur de k?

(a) ± 1 (b) ± 2
(c) ± 4 (d) ± 8

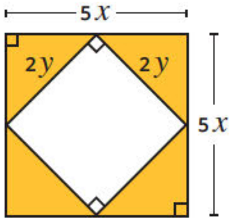
(5) Si le polynôme $(kx^2 - 12x + 9)$ est un carré parfait , quelle est la valeur de k?

(a) 4 (b) ± 4
(c) 2 (d) ± 2

(6) Si $x^2 - y^2 = -16$ et $x - y = -2$, quelle est la moyenne arithmétique des deux nombres y et x?

(a) 2 (b) 4
(c) 8 (d) 16

7 Laquelle des expressions suivantes représente l'aire de la zone colorée dans la figure ci-contre?



(a) $5x^2 - 2y^2$ (b) $25x - 4y$

(c) $(5x - 2y)^2$ (d) $(5x - 2y)(5x + 2y)$

▸ **Découvre l'erreur:**

8 Omar et Khaled ont factorisé $(x^3 - 8)$ comme suit:

La solution d' Omar:	La solution de Khaled:
$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 - 2x + 4)$	$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 - 4x + 4)$

Lequel d'entre eux a trouvé la bonne solution? Corrige l'erreur s'il y en a une

Deuxièmement Appliquer les concepts

9 **Factorise chacun de ce qui suit:**

① $a^2 + 18a + 81$ ② $b^2 - 14b + 49$ ③ $9x^2 + 6x + 1$

④ $25 - 9x^2$ ⑤ $1 - 4a^2b^2$ ⑥ $k^2 - 36m^2$

⑦ $y^3 - 8$ ⑧ $x^3 + 27$ ⑨ $64x^3 - 125y^3$

10 **Factorise complètement chacun de ce qui suit:**

① $x^4 + 8x^3 + 16x^2$ ② $2xy^4 - 16yx^4$ ③ $121y - y^3$

④ $20x^3 - 45x$ ⑤ $-27x^2 + 75$ ⑥ $x^4 - 81$

⑦ $54x^3 + 16$ ⑧ $ax^4 - 343axb^3$ ⑨ $4x^4 + 4000x$

11 **Factorise complètement chacun de ce qui suit:**

① $x^2 - \frac{4}{81}$ ② $125x^3 + \frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{5}x^2 - 5$

④ $(x + 3)^3 + 64$ ⑤ $(x + 3)^2 - 16$ ⑥ $6a^2(x + 2y) - 24b^2(x + 2y)$

⑦ $x^4 - 13x^2 + 36$ ⑧ $x^6 - 7x^3 - 8$ ⑨ $m^6 - 64n^3$

⑩ $4x^{16} - 16y^4$ ⑪ $x^6 - 64y^6$

12 **Résous chacune des équations suivantes dans R:**

① $4x^2 + 1 = 4x$ ② $x^3 = 25x$ ③ $x^2 + 6x = -9$

13 Si $a - b = 3$ et $ab = 10$

, trouve la valeur numérique de l'expression: $a^3 - b^3$

Troisièmement — L'analyse et l'intégration des disciplines

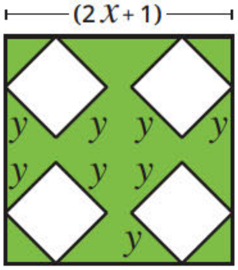
(14) **Technologie:** Les données sont stockées dans des unités de stockage sous forme d'unités cubiques. Une unité de stockage de première génération contient $216\,x^3$ unités de données et une unité de stockage de deuxième génération contient $343\,y^3$ unités de données. Trouve la somme de leur capacité sous forme de produit de deux facteurs.

Le stockage et l'organisation des données de manière correcte facilitent leur gestion et renforcent la sécurité des informations.

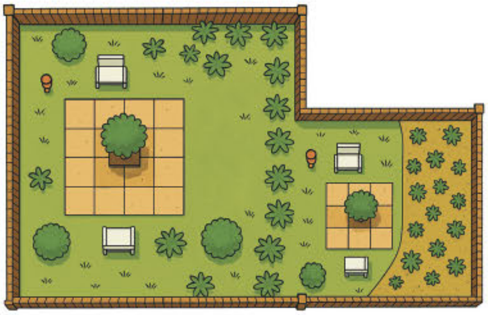
Le voyage contribue à renforcer la compréhension et la tolérance entre les différentes cultures et approfondit la conscience de la valeur de la diversité culturelle.

(15) **Sciences:** La formule de la différence de pression P entre le haut et le bas d'une aile d'avion est décrite par la formule $P = \frac{1}{2} d\,v^2 - \frac{1}{2} d\,u^2$ où d est la densité de l'air , v est la vitesse de l'air passant au-dessus de l'aile et u est la vitesse de l'air passant en dessous. Écris cette formule sous forme de produit de polynômes irréductibles.

(16) **Investissement:** Une entreprise de construction a divisé un terrain vide de forme carré dont la longueur de son côté est de $(2\,x + 1)$ m en 4 pièces carrées dont la longueur de chaque côté est de y m, comme indiqué dans la figure ci-contre et elle a laissé le reste du terrain comme espace vert. Écris l'aire de la zone colorée comme le produit de plusieurs facteurs.



(17) **Géométrie:** Si le volume d'un parallélépipède rectangle est $(x^4 - 625)$ unités cubes, comment peux-tu trouver ses dimensions possibles en utilisant la factorisation?

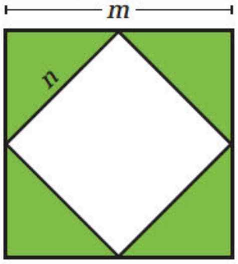


(18) **Agriculture:** Un jardin est composé de deux parcelles de terrain adjacentes, la plus grande est un carré d'une aire de $(25\,x^2 + 10\,x + 1)$ m^2 et la plus petite est un carré d'une aire de $(4\,x^2 + 4\,x + 1)$ m^2 et on veut construire une clôture autour du jardin. Trouve la longueur de la clôture en fonction de x, puis trouve le périmètre du jardin si x est égal à 10 m.

Pensée créative

(19) Dans la figure ci-contre:

La somme des périmètres des deux carrés est égale à 76 cm et l'aire de la zone colorée est égale à 57 cm^2. Quelle est la valeur de $(m - n)$?



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la factorisation des cas particuliers? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon

2 - 4 La factorisation par partition

■ Résultats d'apprentissage

- Factoriser un polynôme à travers la partition.
- Savoir la complétion d'un carré.
- Utiliser la complétion d'un carré dans la factorisation et la résolution d'équations.
- Utiliser la factorisation par partition pour résoudre des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- La factorisation par partition
- La complétion d'un carré

Sois prêt!

La bibliothèque centrale à l'université du Caire est l'un des établissements éducatifs et culturels les plus importants à l'intérieur de l'université. Elle est également l'une des plus grandes bibliothèques universitaires du monde arabe.

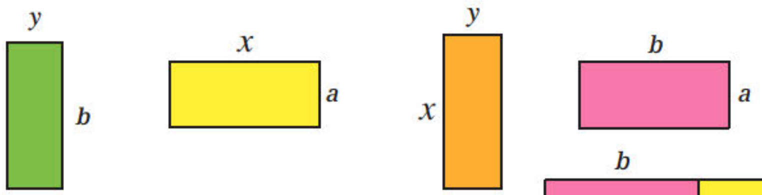
Et elle peut accueillir plus d'un millier de lecteurs en même temps. Si l'aire du terrain rectangulaire sur lequel elle est construite est $(3x^3 - 6x^2 + 4x - 8)$ m^2. Comment peut-on déterminer des dimensions possibles de ce terrain?

L'université du Caire

Dans cette leçon, tu apprendras à factoriser par partition, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

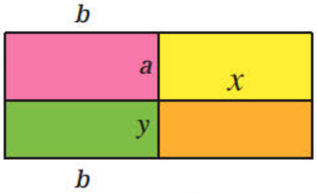
Réfléchis et discute!

Voici quatre rectangles dont les dimensions sont comme suit:



Ces quatre rectangles sont disposés pour former un grand rectangle comme sur la figure.

► Quelle est l'aire du grand rectangle?



La réponse de Bassem:	La réponse de Mariam:
L'aire du rectangle est égale à	L'aire du rectangle est égale à
$ab + xy + ax + by$	$(b + x)(a + y)$

Lequel d'eux a raison? Discute et que conclus-tu?

Apprends!

La factorisation par partition

On peut factoriser le polynôme formé de quatre termes en utilisant l'une des deux méthodes suivantes:

La première méthode

Divise le polynôme en deux binômes de sorte que tu puisse factoriser chaque binôme , puis retire le binôme répété comme un facteur commun.

■ Auto-évaluation (1)

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

1. $x^2 + 4x + bx + 4b$
2. $xy + 12 - 3x - 4y$
3. $2x^2y^2 + 24xy - 6xy^2 - 8x^2y$
4. $x^3 + 6x^2 - 4x - 24$

Exemple 1

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

1. $ax + by + ay + bx$
2. $3x^2 - 3y + xy - 9x$
3. $3x^3 + 2x^2 - 3x - 2$
4. $x^2 - 5x - y^2 + 5y$
5. $2x^3y - 6x^2y - 18xy + 54y$

✓

(1) $ax + by + ay + bx$

$= (ax + ay) + (by + bx)$

$= a(x + y) + b(y + x)$

$= (x + y)(a + b)$

■ Autre solution

$ax + by + ay + bx$

$= (ax + bx) + (by + ay)$

$= x(a + b) + y(b + a)$

$= (a + b)(x + y)$

(2) $3x^2 - 3y + xy - 9x$

$= (3x^2 - 9x) + (xy - 3y)$

$= 3x(x - 3) + y(x - 3)$

$= (x - 3)(3x + y)$

■ Remarque que

Dans le numéro (2) si la partition est faite comme suit:

$3x^2 - 3y + xy - 9x$

$= (3x^2 - 3y) + (xy - 9x)$

$= 3(x^2 - y) + x(y - 9)$

Il n'y a pas de facteur commun et donc cette partition échoue et nous essayons la partition par un autre ordre.

(3) $3x^3 + 2x^2 - 3x - 2$

$= (3x^3 + 2x^2) + (-3x - 2)$

$= x^2(3x + 2) - (3x + 2)$

$= (3x + 2)(x^2 - 1)$

$= (3x + 2)(x - 1)(x + 1)$

(4) $x^2 - 5x - y^2 + 5y = (x^2 - y^2) + (5y - 5x)$

$= (x - y)(x + y) + 5(y - x)$

$= (x - y)(x + y) - 5(x - y)$

$= (x - y)(x + y - 5)$

■ Remarque que

$y - x = -(x - y)$

(5) $2x^3y - 6x^2y - 18xy + 54y = 2y(x^3 - 3x^2 - 9x + 27)$

$= 2y[(x^3 - 3x^2) + (-9x + 27)]$

$= 2y[x^2(x - 3) - 9(x - 3)]$

$= 2y(x - 3)(x^2 - 9)$

$= 2y(x - 3)(x - 3)(x + 3)$

$= 2y(x - 3)^2(x + 3)$

Remarque

On peut factoriser le trinôme qui est de la forme: $ax^2 + bx + c$ où ($a \neq 1$) en utilisant la factorisation par partition comme ce qui suit:

1. Trouve deux facteurs dont le produit est (ac) et dont la somme est (b).
2. Réécris (bx) sous la forme de la somme de ces deux facteurs.
3. Utilise la factorisation par partition.

Exemple 2

Factorise $3x^2 + 8x + 4$ en utilisant la factorisation par partition.

$\because$ $a = 3$, $b = 8$ et $c = 4$

Trouve deux nombres dont le produit est ($a\,c$) 12 et dont la somme est (b) 8 $\therefore$ Les deux nombres sont 2 et 6

Réécris $8x$ sous la forme de l'addition de ($6x + 2x$), puis utilise la factorisation par partition comme ce qui suit:

$$3x^2 + 8x + 4 = 3x^2 + 6x + 2x + 4 = (3x^2 + 6x) + (2x + 4)$$
$$= 3x(x + 2) + 2(x + 2)$$
$$= (x + 2)(3x + 2)$$

La seconde méthode

Divise le polynôme en un trinôme qui représente un carré parfait et le quatrième terme doit également être un carré parfait, de sorte que le polynôme d'origine soit factorisé comme la différence entre deux carrés.

Exemple 3

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

1. $x^2 + 16y^2 - 8xy - 49$
2. $4m^2 - n^2 + 10nk - 25k^2$

1. $$x^2 + 16y^2 - 8xy - 49 = (x^2 - 8xy + 16y^2) - 49$$
$$= (x - 4y)^2 - (7)^2$$
$$= (x - 4y - 7)(x - 4y + 7)$$

2. $$4m^2 - n^2 + 10nk - 25k^2 = 4m^2 - (n^2 - 10nk + 25k^2)$$
$$= 4m^2 - (n - 5k)^2$$
$$= [2m - (n - 5k)][2m + (n - 5k)]$$
$$= (2m - n + 5k)(2m + n - 5k)$$

Auto-évaluation 2

Utilise la factorisation par partition pour factoriser chacun des deux trinômes suivants:

1. $2x^2 - x - 28$
2. $6x^2 + 19x + 15$

Auto-évaluation 3

Factorise complètement chacun de ce qui suit:

1. $x^2 - 12xy + 36y^2 - 4$
2. $x^2 + y^2 - 64 + 2xy$

Réfléchis

Lorsqu'on factorise les deux polynômes suivants par partition:

1. $x^2 + 4x - y^2 + 4$
2. $x^2 + 4x - y^2 + 4y$

Discute la méthode de la partition de chacun d'eux.

Complétion d'un carré

Complétion d'un carré est une opération qui consiste à ajouter un terme à un binôme afin qu'il devienne un trinôme sous la forme d'un carré parfait.

On peut compléter le carré par l'une des deux méthodes suivantes:

1. Soit en ajoutant (Le terme médian)

$= (\pm 2\sqrt{\text{Le premier terme}} \times \sqrt{\text{Le troisième terme}})$

Par exemple: $(x^2 + 49)$ on y ajoute $\pm 2\sqrt{x^2}\sqrt{49} = \pm 14x$

Ce sera $(x^2 \pm 14x + 49)$ un carré parfait, c'est-à-dire écrit sous la forme $(x \pm 7)^2$

2. Et soit en ajoutant (Le troisième terme) $= \dfrac{\text{Le carré du terme médian}}{4 \times \text{Le premier terme}}$

Par exemple: $(x^2 + 10x)$, on y ajoute $\dfrac{(10x)^2}{4x^2} = 25$

ce sera $(x^2 + 10x + 25)$ un carré parfait , c'est-à-dire écrit sous la forme $(x + 5)^2$

Les exemples suivants illustrent cela.

Exemple 4

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $81x^4 + 4$
2. $x^4 + 15x^2y^2 + 64y^4$

✓

(1)

$81x^4 + 4 = 81x^4 + 4 + 36x^2 - 36x^2$

«Ajouter et soustraire $2\sqrt{81x^4}\sqrt{4}$» $= 36x^2$

$= (81x^4 + 36x^2 + 4) - (36x^2)$

$= (9x^2 + 2)^2 - (6x)^2$

$= (9x^2 + 2 - 6x)(9x^2 + 2 + 6x)$

$= (9x^2 - 6x + 2)(9x^2 + 6x + 2)$

(2)

$x^4 + 15x^2y^2 + 64y^4 = x^4 + 15x^2y^2 + 64y^4 + 16x^2y^2 - 16x^2y^2$

«Ajouter et soustraire $2\sqrt{x^4}\sqrt{64y^4}$» $= 16x^2y^2$

$= (x^4 + 16x^2y^2 + 64y^4) + 15x^2y^2 - 16x^2y^2$

$= (x^2 + 8y^2)^2 - x^2y^2$

$= (x^2 + 8y^2 - xy)(x^2 + 8y^2 + xy)$

Auto-évaluation (4)

Factorise chacun de ce qui suit:

1. $x^4 + 64$
2. $4x^4 + 11x^2 + 9$

Remarque que

Pour factoriser des polynômes qui comprennent au moins deux termes, chacun étant un carré parfait et dont les exposants de ses variables sont 4 ou ses multiples, nous utilisons la méthode de complétion d'un carré en ajoutant et en soustrayant (le double du produit des racines des deux termes carrés) afin de ne pas affecter la valeur du polynôme, puis nous effectuons la factorisation par partition.

Exemple 5

Trouve l'ensemble de solution de l'équation:

$x^2 - 8x + 3 = 0$ dans R

$\because x^2 - 8x + 3 = 0$

$\therefore x^2 - 8x = -3$

En ajoutant $\frac{(-8x)^2}{4x^2} = 16$ aux deux côtés de l'équation

$\therefore x^2 - 8x + 16 = -3 + 16$

$\therefore (x-4)^2 = 13$ $\therefore x - 4 = \pm\sqrt{13}$

$\therefore x = 4 \pm \sqrt{13}$

$\therefore$ L'ensemble de solution $= \{4 - \sqrt{13} ; 4 + \sqrt{13}\}$

Remarque que

Nous ne pouvons pas résoudre cet exemple en utilisant la factorisation d'un trinôme, mais nous pouvons le résoudre en utilisant la complétion d'un carré.

Exemple 6

Si $2x - y = 8$ et $x^2 + 3y = 31$,

quelle est la valeur numérique de l'expression $2x^3 - x^2y + 6xy - 3y^2$?

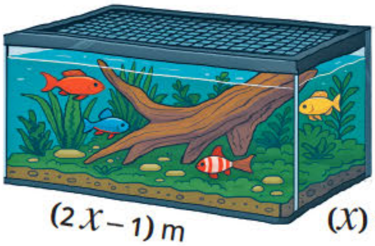
$2x^3 - x^2y + 6xy - 3y^2 = (2x^3 - x^2y) + (6xy - 3y^2)$

$= x^2(2x - y) + 3y(2x - y)$

$= (2x - y)(x^2 + 3y) = 8 \times 31 = 248$

Exemple 7

Un aquarium en verre utilisé pour la décoration est sous la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont indiquées en mètres dans la figure. Si le volume de l'aquarium est égal à 5 m^3, trouve ses dimensions en mètres.



Le volume de l'aquarium = 5 m^3.

$\therefore x(x-2)(2x-1) = 5$

$\therefore x(2x^2 - 5x + 2) = 5$ $\therefore 2x^3 - 5x^2 + 2x - 5 = 0$

$\therefore (2x^3 - 5x^2) + (2x - 5) = 0$ $\therefore x^2(2x - 5) + (2x - 5) = 0$

$\therefore (2x - 5)(x^2 + 1) = 0$

$\therefore$ Soit $2x - 5 = 0$ et donc $\boxed{x = \frac{5}{2}}$

ou $x^2 + 1 = 0$ et donc $x^2 = -1$ (rejeté)

$\therefore$ Les dimensions de l'aquarium sont 0,5 m, 2,5 m et 4 m.

Auto-évaluation 5

Trouve l'ensemble de solution de l'équation:

$x^2 - 2x - 4 = 0$ dans R

Auto-évaluation 6

Si $3b - 2a = 1$ et $a^2 - 2b = 10$

Trouve la valeur numérique de l'expression $2a^3 - 3a^2b - 4ab + 6b^2$

Auto-évaluation 7

L'une des entreprises fabrique des unités de stockage de matériel photographique de voyage. L'unité est de forme d'un parallélépipède rectangle dont la base est de forme d'un carré dont la longueur de son côté est de $(x - 1)$ pieds et la hauteur est de x pieds.

Si le volume de l'unité est égal à 2 pieds cubes, trouve les dimensions de l'unité de stockage.

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. $x^2 - ax + bx - ab =$ ....

(a) $(x - a)(x - b)$ (b) $(x - a)(x + b)$ (c) $(x + a)(x - b)$ (d) $(x + a)(x + b)$

2. Si $xy + 5x + 7y + 35 = (x + a)(y + b)$, quelle est la valeur de $a - b$?

(a) 2 (b) -2 (c) 12 (d) -12

3. Si $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = (x + a)(x + b)(x + c)$, quelle est la valeur de $a + b + c$?

(a) 2 (b) 5 (c) 7 (d) 9

4. Si $x + b = 5$ et $x^2 + a = 12$, quelle est la valeur numérique de l'expression $(x^3 + bx^2 + ax + ab)$?

(a) 7 (b) 17 (c) 30 (d) 60

5. Lors de la complétion d'un carré de l'expression $(x^2 + 9)$, nous ajoutons à cela ....

(a) $\pm 3x$ (b) $\pm 6x$ (c) $\pm 9x$ (d) $\pm 12x$

6. Lors de la complétion d'un carré de l'expression $(x^2 + 12x)$, nous ajoutons à cela ....

(a) ± 9 (b) ± 36 (c) 9 (d) 36

7. Si $(x^2 + 2x + 2)$ est l'un des facteurs de l'expression $(x^4 + 4)$, quel est l'autre facteur?

(a) $x^2 - 2x + 2$ (b) $x^2 - 2x - 2$ (c) $x^2 + x + 2$ (d) $x^2 - x + 2$

Deuxièmement **Appliquer les concepts**

8. **Factorise complètement chacun de ce qui suit:**

① $ax + bx + b + a$ ② $12y + 2x - 8xy - 3$ ③ $6m - n + 3mn - 2$

④ $x^2 - 2x - xy + 2y$ ⑤ $11x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ ⑥ $45x^3 + 20x^2 + 9x + 4$

9. **Factorise chacun des trinômes suivants en utilisant la factorisation par partition:**

① $2x^2 + 5x + 3$ ② $4x^2 - 7x - 2$ ③ $2x^2 + 13x + 15$

(10) **Factorise complètement chacun de ce qui suit:**

① $x^2 - y^2 - 6x - 6y$
② $x^2 - a^2 - 2x + 1$
③ $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x$
④ $4x^2 - 12xy + 9y^2 - 49$
⑤ $5a^2b - 10a^2b^2 + 4b^2 - 8b^3$
⑥ $m^3 + n^3 - m - n$
⑦ $4k^4 - 49k^2 + 14k - 1$
⑧ $16x^2 - 25a^2 + y^2 + 8xy$

(11) **Factorise complètement chacun de ce qui suit:**

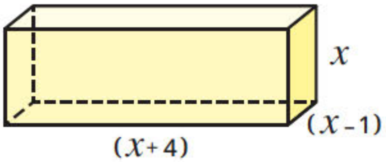
① $x^4 + 4y^4$
② $4m^4 + 1$
③ $64x^4 + y^4$
④ $a^4 + a^2b^4 + b^8$
⑤ $y^4 - 23y^2 + 1$
⑥ $x^4 - 11x^2 + 1$
⑦ $16a^4 + 20a^2b^2 + 9b^4$
⑧ $k^5 + 5k^3 + 9k$
⑨ $4x^2(4x^2 - 7y^2) + y^4$

(12) **Trouve l'ensemble de solution de chacune des équations suivantes dans *R*:**

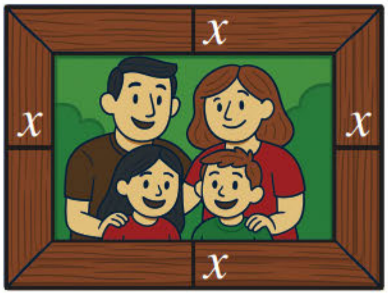
① $x^3 + x^2 - 4x = 4$
② $x^2 + 12x + 15 = 0$

Troisièmement — L'analyse et l'intégration des disciplines

(13) **Géométrie:** Si le volume de la boîte correspondante est égal à 12 unités cubes, trouve ses dimensions.



(14) **Géométrie:** Si le volume d'un parallélépipède rectangle est $(x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 6x)$ pieds cubes, trouve les dimensions possibles du parallélépipède rectangle en fonction de x, puis trouve la valeur numérique des dimensions lorsque $x = 4$



(15) **Décoration:** Une image est entourée d'un cadre d'une épaisseur de x pouces, comme illustré dans la figure. Si l'aire de l'image est de $(4x^3 + 6x^2 + 2x + 3)$ pouces carrés, trouve les dimensions possibles de l'image et du cadre ensemble en fonction de x.

Pensée créative

(16) Si $a + b = 3$, trouve la valeur de $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(17) Factorise complètement: $x^8 - 16y^8$

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la factorisation par partition? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Évaluation de l'unité 2

Évalue ta compréhension!
Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 2? Coche la case appropriée. ☐ ☐ ☐ ☐

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① Si le polynôme: $(9x^2 + kx + 49)$ est un carré parfait, quelle est la valeur de k?

(a) ± 7 (b) ± 21
(c) ± 42 (d) ± 72

② Si $x^2 - 14x + 24 = (x - a)(x - b)$, quelle est la valeur de $a + b$?

(a) -10 (b) -14
(c) 10 (d) 14

③ Si $m - n = 5$ et $x + y = 7$, alors: $x(m - n) - y(n - m) =$ ....

(a) 2 (b) 12
(c) 35 (d) 70

④ $x^3 + y^3 = (............)(x^2 - xy + y^2)$

(a) $(x - y)$ $(x + y)$
(c) $(x^2 - y^2)$ (d) $(x^2 + y^2)$

▸ **Complète chacun de ce qui suit avec la réponse correcte:**

⑤ Le plus grand commun diviseur entre les termes du polynôme $16x^3 + 8x^2 - 32x$ est ....

⑥ Lors de la complétion d'un carré de l'expression $(x^2 + 24x)$, nous ajoutons ....

⑦ Si $(m^2 + 4m + 8)$ est l'un des deux facteurs de l'expression $(m^4 + 64)$, alors l'autre facteur est ....

⑧ Si $x^3 - 3x^2 - x + 3 = (x + a)(x + b)(x + c)$, alors $(a \times b \times c)$ est égale à ....

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

⑨ Trouve l'ensemble de solution de l'équation: $x^2 - 6x = -8$ dans R

⑩ **Factorise complètement chacun de ce qui suit:**

① $3x^2 + 2x - 5$ ② $k^2 - 64m^2$ ③ $x^3y^3 - 27$

⑪ Un parallélogramme a une aire de 60 cm^2 et la longueur de sa base est supérieure à sa hauteur correspondante de 7 cm, quelle est la hauteur du parallélogramme?

⑫ **Factorise complètement chacun de ce qui suit:**

① $x^2 - 6x - y^2 + 6y$ ② $8x^5 - 10x^3y^2 + 2xy^4$

Activité de l'unité 2

L'origine historique de la factorisation des expressions algébriques

▸ **L'objectif de l'activité:**

Apprécier le rôle des savons musulmans dans le développement de la science de l'algèbre et des expressions algébriques.

Les étapes de mise en œuvre:

En collaboration avec l'un de tes amis, essaie de faire ce qui suit:

1. Utilise l'une des applications d'intelligence artificielle pour trouver le nom d'un des savans musulmans qui ont contribué au développement de la science de l'algèbre.
2. Écris le rôle de ce savant dans le sujet de la factorisation des expressions algébriques.
3. Y a-t-il des différences entre la méthode de la factorisation des expressions algébriques ancienne et celle moderne?

UNITÉ **3**

La géométrie

Leçons de l'unité

3-1 La congruence

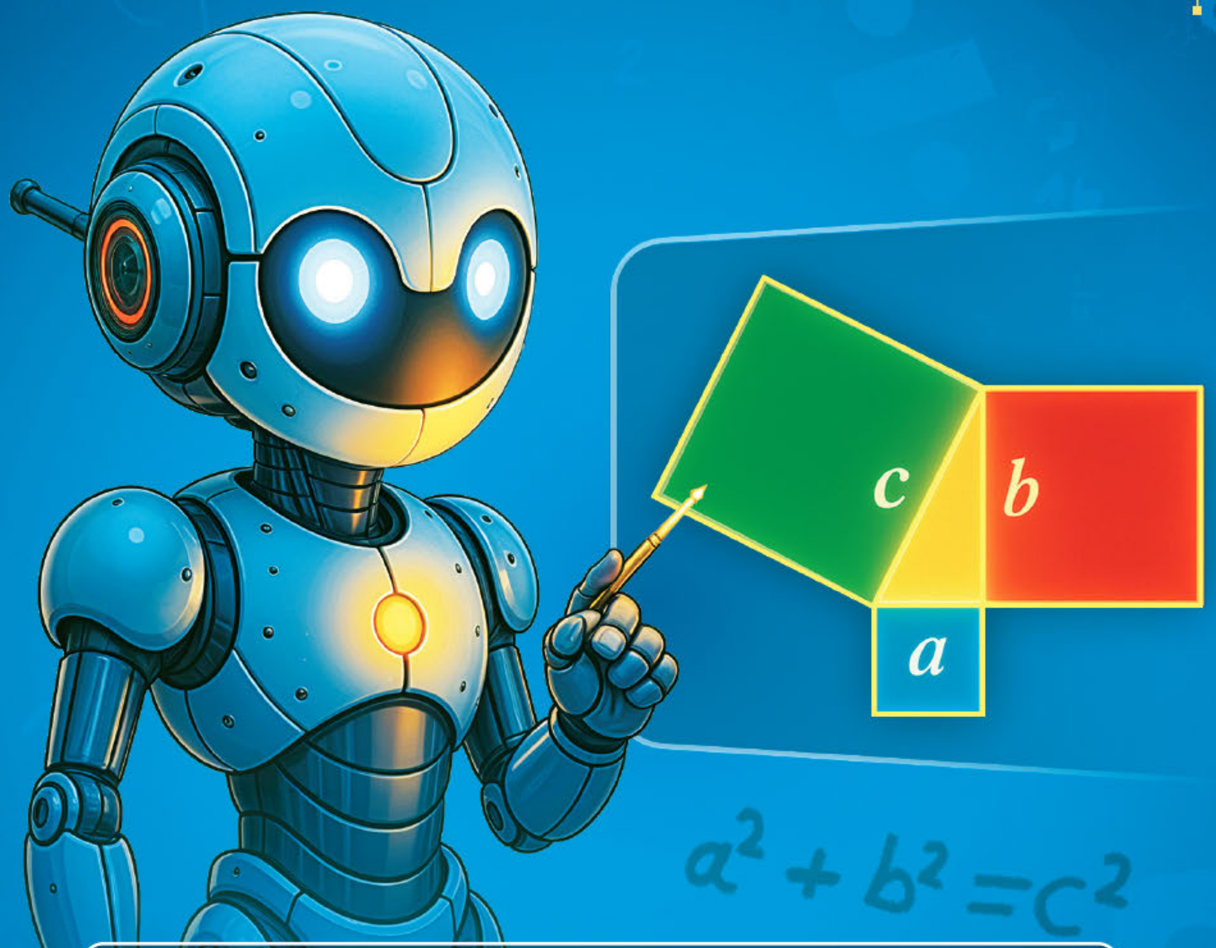
3-2 Le théorème de Pythagore et sa réciproque

3-3 Les applications du parallélisme

3-4 Les médianes d'un triangle

3-5 Le triangle isocèle

3-6 Les angles intérieurs et extérieurs des polygones



Les théories géométriques sont utilisées dans de nombreux calculs d'intelligence artificielle, en particulier dans l'analyse des figures géométriques et la conception de robots industriels.

▶ **Est-il possible de développer les algorithmes d'apprentissage automatique pour résoudre des problèmes géométriques dans notre vie quotidienne?**

Les enjeux et les compétences de la vie	Les valeurs
- La communication mathématique	- La beauté de la nature
- La pensée créative	- La conscience sanitaire
- La pensée critique	- L'appréciation de l'art
- Le langage mathématique	- La conscience environnementale

Leçon
3 - 1 La congruence

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de la congruence des figures géométriques planes.
- Connaître les conditions de congruence de deux polygones.
- Connaître les cas de congruence de deux triangles.
- Utiliser la congruence pour trouver les mesures des angles et les longueurs des côtés.
- Démontrer la congruence de deux triangles.
- Utiliser la congruence des figures géométriques planes pour résoudre les problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- La congruence
- L'hypoténuse
- Le triangle rectangle
- L'angle compris
- Un côté reliant deux sommets

■ La notation en mathématiques

Le symbole $\cong$ est utilisé pour exprimer la congruence de deux figures géométriques.

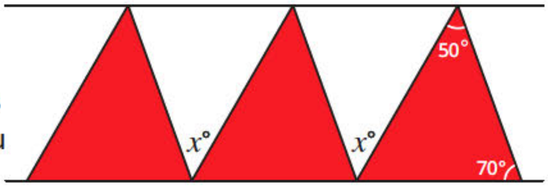
Sois prêt!

Les ingénieurs utilisent des triangles congruents dans la construction des ponts en acier afin d'assurer l'équilibre et la solidité, car les triangles congruents contribuent à répartir les charges de manière égale. Dans l'image du pont ci-contre, peux-tu déterminer la valeur de x?

Dans cette leçon, tu apprendras le concept de la congruence des figures géométriques planes et les cas de congruence des triangles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!

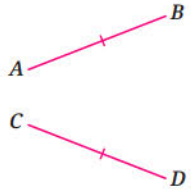
Ibrahim a copié et collé plusieurs fois le triangle rouge pour créer une bande décorative en utilisant l'un des logiciels informatiques. Peux-tu déterminer la valeur de x dans cette figure?



Apprends!

La congruence de deux segments

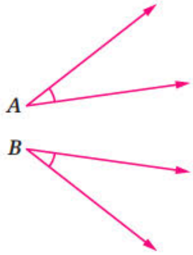
Deux segments sont congruents s'ils ont la même longueur.



Si la longueur de $\overline{AB}$ = la longueur de $\overline{CD}$, alors: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

La congruence de deux angles

Deux angles sont congruents s'ils ont la même mesure.



Si $m(\angle A) = m(\angle B)$, alors: $\angle A \cong \angle B$

La congruence de deux polygones

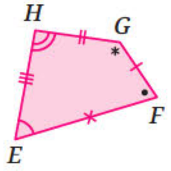
Deux polygones sont congruents si les deux conditions suivantes sont réalisées ensemble:

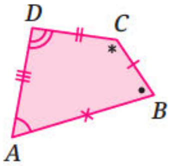
1. Leurs côtés homologues sont de même longueur.
2. Leurs angles homologues sont de même mesure.

Si $ABCD$ et $EFGH$ sont deux polygones dans lesquels:

1. $AB = EF$, $BC = FG$,
   $CD = GH$ et $AD = EH$
2. $m(\angle A) = m(\angle E)$, $m(\angle B) = m(\angle F)$,
   $m(\angle C) = m(\angle G)$ et $m(\angle D) = m(\angle H)$

alors: Le polygone $ABCD \cong$ Le polygone $EFGH$

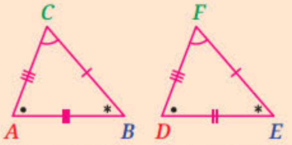




Remarque que

On doit écrire les deux polygones congruents dans le même ordre que les sommets homologues.

Exemple:



$\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$

Rappelle-toi que

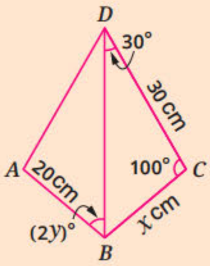
La symétrie, la translation et la rotation sont des transformations géométriques qui donnent une image congruente à la figure géométrique car elles conservent ce qui suit:

- Les mesures des angles.
- Les longueurs des côtés.
- Le parallélisme

Auto-évaluation (1)

Dans la figure suivante:

$\Delta\, BCD$ est l'image de $\Delta\, BAD$ par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{DB}$

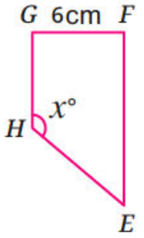


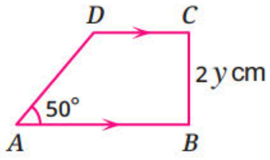
Trouve la valeur de chacun de x et y.

Exemple 1

Dans la figure ci-contre:

Si le polygone $EFGH$ est l'image du polygone $ABCD$ par une certaine rotation autour d'un point, quelle est la valeur de x et y?





$\because \overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$\therefore m(\angle A) + m(\angle D) = 180°$

(Deux angles intérieurs du même côté de la sécante $\overleftrightarrow{AD}$)

$\therefore m(\angle D) = 180° - 50° = 130°$

$\because$ Le polygone $EFGH$ est l'image du polygone $ABCD$ par rotation

$\therefore$ Le polygone $ABCD \cong$ Le polygone $EFGH$

$\therefore m(\angle H) = m(\angle D) = 130°$ $\qquad \therefore x = 130$

$BC = FG = 6$ $\qquad \therefore 2y = 6$ $\qquad \therefore y = 3$

La congruence de deux triangles

Le triangle est un polygone à trois côtés qui contient 6 éléments (3 côtés et 3 angles). Pour prouver la congruence de deux triangles, il n'est pas nécessaire de prouver la congruence de tous les éléments homologues, mais il suffit que trois éléments dont au moins un côté.

La notation en mathématiques

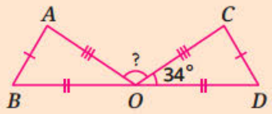
Dans les cas de congruence des triangles, la lettre C est utilisée pour désigner un côté du triangle, la lettre A pour désigner un angle du triangle, la lettre R pour désigner l'angle droit et la lettre H pour désigner l'hypoténuse du triangle rectangle.

Pensée critique

Les deux triangles sont-ils congruents si les trois angles de l'un d'eux sont congruents à leurs homologues dans l'autre triangle?

Auto-évaluation (2)

Dans la figure suivante:



1. Prouve que: $\Delta\ OAB \cong \Delta\ OCD$
2. Trouve: $m\ (\angle\ AOC)$

Pensée critique

Les deux triangles sont-ils congruents si deux côtés et un angle non compris dans l'un d'eux sont congruents à leurs homologues dans l'autre triangle?

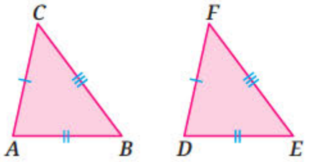
Les cas de congruence de deux triangles

Le premier cas: Côté-Côté-Côté (CCC)

Les deux triangles sont congruents si chaque côté de l'un des triangles est congruent à son homologue dans l'autre triangle.

Si $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ et $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

alors: $\Delta\ ABC \cong \Delta\ DEF$

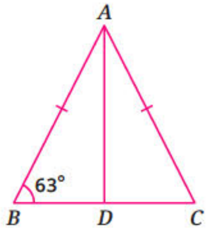


Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

Le point D est le milieu de $\overline{BC}$, $AB = AC$ et $m\ (\angle\ B) = 63°$

1. Prouve que: $\Delta\ ADB \cong \Delta\ ADC$
2. Trouve par démonstration: $m\ (\angle\ DAC)$



✓

$\because$ Le point D est le milieu de $\overline{BC}$

$\therefore BD = DC$

$\because$ Les deux triangles ADB et ADC ont:

$\overline{AD} \cong \overline{AD}$ (côté commun) $\quad \overline{BD} \cong \overline{CD}$ (démontré) $\quad \overline{AB} \cong \overline{AC}$ (donné)

$\therefore \Delta\ ADB \cong \Delta\ ADC$ (Requis 1)

Et de la congruence, il résulte que:

$m\ (\angle\ C) = m\ (\angle\ B) = 63°$ et $m\ (\angle\ DAC) = m\ (\angle\ DAB)$

Dans le triangle ABC:

$\therefore m\ (\angle\ CAB) = 180° - (63° + 63°) = 54°$

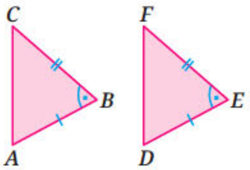
$\therefore m\ (\angle\ DAC) = m\ (\angle\ DAB) = \frac{54°}{2} = 27°$ (Requis 2)

Le deuxième cas: Côté-Angle-Côté (CAC)

Les deux triangles sont congruents si deux côtés et l'angle compris entre eux dans l'un des deux triangles avec leurs homologues dans l'autre triangle.

Si $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\angle\ B \cong \angle\ E$ et $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

alors: $\Delta\ ABC \cong \Delta\ DEF$

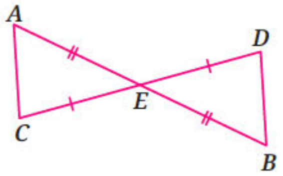


Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

Le point E est le milieu de $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$

Prouve que: ① $\Delta\, AEC \cong \Delta\, BED$ ② $\overline{AC} \,//\, \overline{DB}$



$\because$ Le point E est le milieu de $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$

$\therefore \overline{AE} \cong \overline{BE}$ et $\overline{CE} \cong \overline{DE}$

$\because m(\angle\, AEC) = m(\angle\, BED)$ (Opposés par le sommet)

$\therefore \Delta\, AEC \cong \Delta\, BED$ (Requis ①)

Et de la congruence des deux triangles, il résulte que: $m(\angle\, A) = m(\angle\, B)$

, ce sont deux angles en position d'alternance interne.

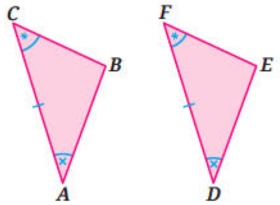
$\therefore \overline{AC} \,//\, \overline{DB}$ (Requis ②)

Le troisième cas: Angle-Côté-Angle (*ACA*)

Les deux triangles sont congruents si deux angles et le côté tracé entre leurs sommets dans l'un des deux triangles sont congruents à leurs homologues dans l'autre triangle

Si $\angle\, A \cong \angle\, D$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ et $\angle\, C \cong \angle\, F$

alors: $\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$

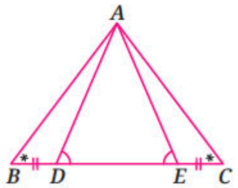


Exemple 4

Dans la figure ci-contre:

$\angle\, B \cong \angle\, C$, $\angle\, ADE \cong \angle\, AED$ et $\overline{BD} \cong \overline{CE}$

Prouve que: $\Delta\, ABD \cong \Delta\, ACE$



$\because m(\angle\, ADB) + m(\angle\, ADE) = 180°$ et $m(\angle\, AEC) + m(\angle\, AED) = 180°$

$\because m(\angle\, ADE) = m(\angle\, AED)$ $\therefore m(\angle\, ADB) = m(\angle\, AEC)$

$\therefore \angle\, ADB \cong \angle\, AEC$

dans les deux triangles: ABD et ACE

$\angle\, B \cong \angle\, C$ (donné) , $\overline{BD} \cong \overline{CE}$ (donné) et $\angle\, ADB \cong \angle\, AEC$ (démontré)

$\therefore \Delta\, ABD \cong \Delta\, ACE$

Auto-évaluation ③

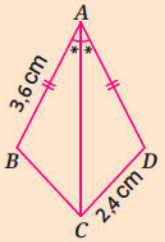
Dans la figure suivante:

$\overline{AB} \cong \overline{AD}$,

$AB = 3{,}6$ cm,

$CD = 2{,}4$ cm et

$\overrightarrow{AC}$ bissecte $\angle\, BAD$



❶ Prouve que: $\Delta\, ACB \cong \Delta\, ACD$

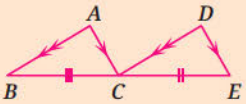
❷ Trouve le périmètre du polygone $ABCD$

Auto-évaluation ④

Dans la figure suivante:

$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AC} \,//\, \overline{DE}$

et $\overline{BC} \cong \overline{EC}$



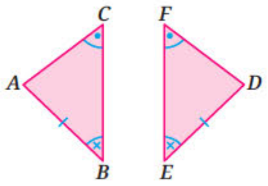
Prouve que: $\Delta\, ABC \cong \Delta\, DCE$

Le quatrième cas: Angle-Angle-Côté (AAC)

Les deux triangles sont congruents si deux angles et un côté non reliant aux deux sommets dans l'un des deux triangles sont congruents à leurs homologues dans l'autre triangle

Si $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$ et $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

alors: $\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$

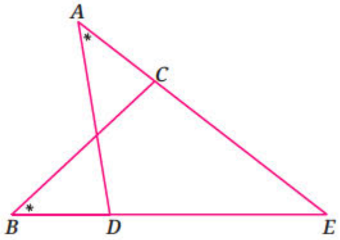


Exemple 5

Dans la figure ci-contre:

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ et $\angle A \cong \angle B$

Prouve que: $AE = BE$



Dans les deux triangles ADE et BCE:

$\because \angle A \cong \angle B$ (donné) , $\angle E \cong \angle E$ (angle commun) , $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ (donné)

$\therefore \Delta\, ADE \cong \Delta\, BCE$

Il résulte de la congruence que: $AE = BE$

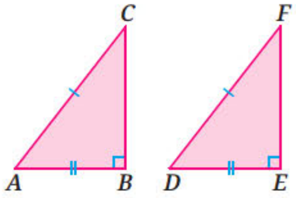
Le cinquième cas: Hypoténuse-Côté (HC)

Les deux triangles rectangles sont congruents si l'hypoténuse et l'un des deux côtés adjacents à l'angle droit dans l'un des deux triangles sont congruents à leurs homologues dans l'autre triangle.

Si $m(\angle B) = m(\angle E) = 90°$

$\overline{AC} \cong \overline{DF}$ et $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

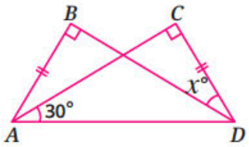
alors: $\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$



Exemple 6

Dans la figure ci-contre:

Trouve la valeur de X



$\because$ Les deux triangles ABD et DCA ont:

$m(\angle B) = m(\angle C) = 90°$ (donné) , $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (donné) et $\overline{AD} \cong \overline{DA}$ (côté commun)

$\therefore \Delta\, ABD \cong \Delta\, DCA$

Et il résulte de la congruence que: $m(\angle BDA) = m(\angle CAD) = 30°$

Dans le triangle DCA:

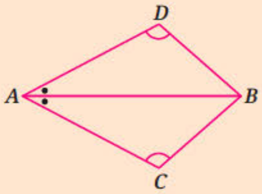
$\therefore m(\angle CDA) = 180° - (90° + 30°) = 60°$ $\therefore X = 60 - 30 = 30$

Auto-évaluation 5

Dans la figure suivante:

$\overrightarrow{AB}$ bissecte $\angle DAC$

$\angle ACB \cong \angle ADB$



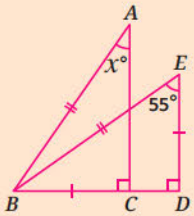
Prouve que: $\Delta\, ACB \cong \Delta\, ADB$

Remarque que

Dans le triangle rectangle, le côté opposé à l'angle qui mesure de 90° s'appelle l'hypoténuse du triangle et il est le plus long des côtés du triangle.

Auto-évaluation 6

Dans la figure suivante:



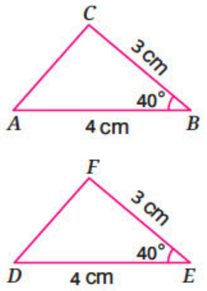
$BC = DE$ et $AB = EB$

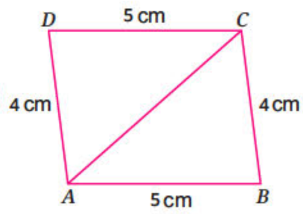
1. Prouve que: $\Delta\, ACB \cong \Delta\, BDE$
2. Trouve la valeur de: X

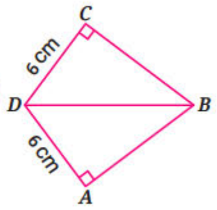
Évaluation de la leçon

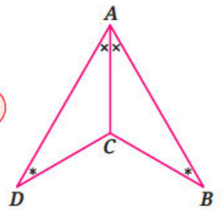
Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Quel est le cas utilisé pour prouver la congruence des deux triangles dans chacun de ce qui suit?**

① 

② 

③ 

④ 

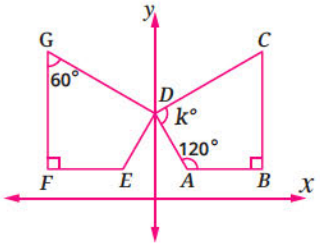
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

⑤ Dans la figure ci-contre: Le polygone $EFGD$ est l'image du polygone $ABCD$ par symétrie par rapport à l'axe des y.

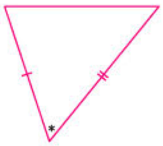
Quelle est la valeur de K?

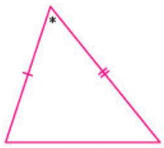
(a) 90 (b) 60

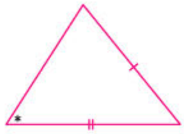
(c) 120 (d) 70

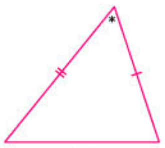


⑥ **Lequel des triangles suivants ne congrue pas aux autres triangles?**


(a)


(b)


(c)


(d)

▸ **Découvre l'erreur:**

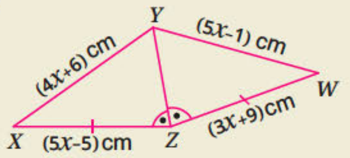
⑦ Ahmed a utilisé la congruence de deux triangles pour trouver la valeur de X. Découvre l'erreur dans la solution d'Ahmed, puis corrige-la.

La solution d'Ahmed:

$4X + 6 = 3X + 9$

$X + 6 = 9$

$X = 3$

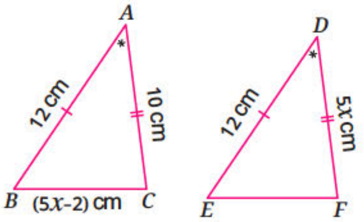


Deuxièmement   Appliquer les concepts

▸ Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

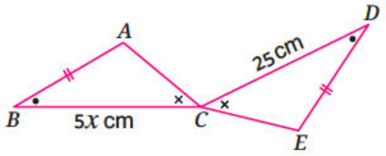
8 Dans la figure suivante:
Quelle est la longueur de $\overline{EF}$?

(a) 6 cm
(b) 8 cm
(c) 10 cm
(d) 12 cm



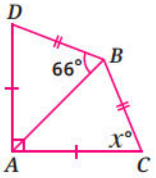
9 Dans la figure suivante:
Quelle est la valeur de x ?

(a) 5
(b) 10
(c) 20
(d) 25



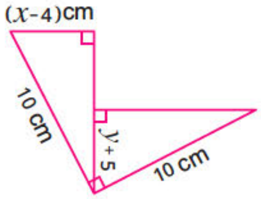
10 Dans la figure suivante:
Quelle est la valeur de x?

(a) 66
(b) 45
(c) 34
(d) 69



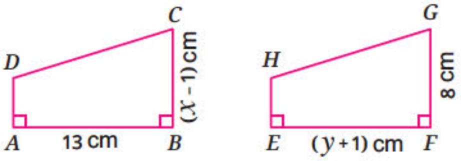
11 Dans la figure suivante:
Quelle est la valeur de $x - y$?

(a) 9
(b) 6
(c) 5
(d) 1



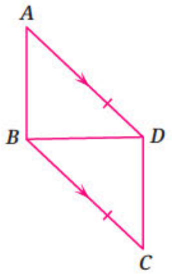
12 Dans la figure ci-contre: Si le polygone $EFGH$ est l'image du polygone $ABCD$ par une translation quelconque, quelle est la valeur de $x + y$?

(a) 9   (b) 12
(c) 21   (d) 22

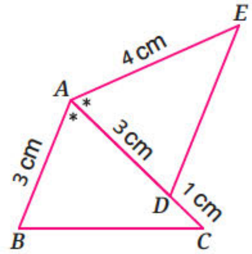


▸ Réponds aux questions suivantes:

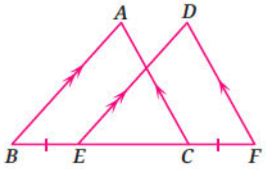
13 Dans la figure ci-contre:
$\overline{AD} \cong \overline{CB}$ et $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
Prouve que:
$\Delta\, ABD \cong \Delta\, CDB$



14 Dans la figure ci-contre:
Prouve que:
$\Delta\, ABC \cong \Delta\, ADE$



15 Dans la figure ci-contre:
$\overline{BA} \parallel \overline{ED}$, $\overline{CA} \parallel \overline{FD}$ et $\overline{BE} \cong \overline{FC}$
Prouve que: $\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$

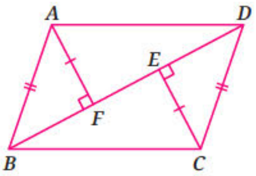


(16) Dans la figure ci-contre:

Prouve que:

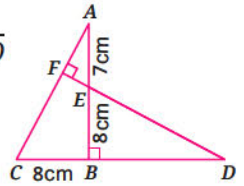
① $\overline{AB} \, // \, \overline{CD}$

② $DF = BE$



(17) Dans la figure ci-contre:

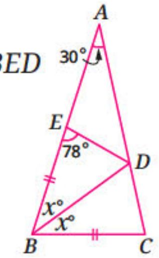
Trouve la longueur de $\overline{BD}$



(18) Dans la figure ci-contre:

① Démontre que: $\Delta\, BCD \cong \Delta\, BED$

② Trouve la valeur de x

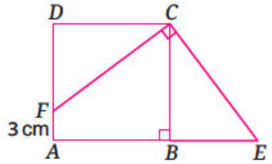


(19) Dans la figure ci-contre:

$ABCD$ est un carré dont la longueur de son côté est 12 cm , $\overline{CF} \perp \overline{CE}$ et $AF = 3$ cm

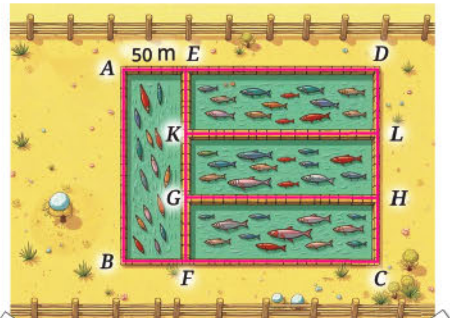
① Démontre que: $\Delta\, CBE \cong \Delta\, CDF$

② Trouve la longueur de $\overline{BE}$

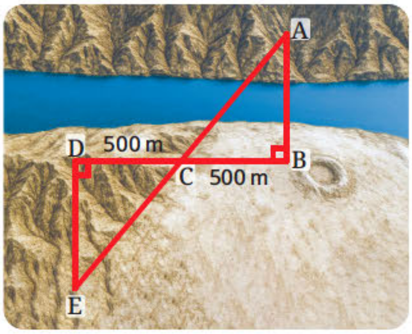


Troisièmement **L'analyse et l'intégration des disciplines**

(20) **Aquaculture:** Un terrain en forme de rectangle $ABCD$ a été divisé en bassins rectangulaires identiques pour l'élevage de 4 espèces de poissons. Quel est le périmètre du terrain?



L'Égypte occupe une place avancée dans le domaine de l'aquaculture selon le classement mondial de l'Organisation des Nations unies pour l'alimentation et l'agriculture



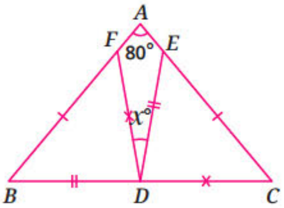
(21) **Géométrie:** Pour construire un pont comme $\overline{AB}$ au-dessus d'une rivière, tu dois trouver la distance entre le point A et le point B.
Détermine les points A, C, et E sur une même ligne droite, comme indiqué dans la figure, si $DE = 600$ m, quelle est la distance entre le point A et le point B?

Pensée créative

(22) Dans la figure ci-contre:

① Prouve que: $\Delta\, BFD \cong \Delta\, ECD$

② Trouve la valeur de x



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la congruence?
Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon
3 - 2 Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Résultats d'apprentissage

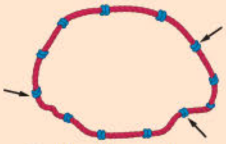
- Connaître la relation entre les longueurs des côtés du triangle rectangle.
- Trouver la longueur de l'un des deux côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle si la longueur de l'hypoténuse et la longueur de l'autre côté sont connues.
- Trouver la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle si les longueurs des deux côtés de l'angle droit sont connues.
- Prouver que le triangle est un triangle rectangle si les longueurs de ses trois côtés sont connues.
- Déterminer le type du triangle en fonction de ses angles si les longueurs de ses côtés sont connues.

Vocabulaire

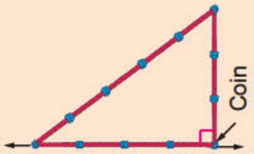
- Théorème de Pythagore
- L'hypoténuse

Information historique

Les anciens Égyptiens utilisaient une corde reliée à 12 nœuds avec des distances égales pour former un triangle dont le rapport entre les longueurs de côtés est de 3 : 4 : 5
Ce triangle contient un angle droit entre les deux côtés dont les longueurs sont de 3 et 4 unités.
Les Égyptiens utilisaient cette procédure pour construire leurs angles droits.



On tient la corde aux nœuds indiqués



Rends la corde tendue

Ligne d'un côté du bâtiment

Sois prêt!

Tu as une échelle de 13 pieds de longueur appuyée contre un mur vertical. Si la base de l'échelle est à 5 pieds du mur, quelle est la hauteur atteinte par l'échelle sur le mur?

Dans cette leçon, tu connaîtras le théorème de Pythagore et sa réciproque, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

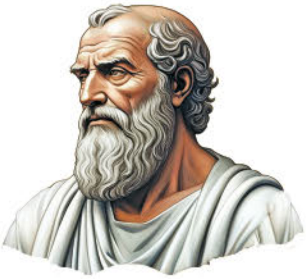
Réfléchis et discute!

Si tu as quatre morceaux de bois de 9 cm,10 cm, 12 cm et 15 cm de longueur, quels trois d'entre eux peux-tu utiliser pour former un triangle rectangle?

Apprends!

Le théorème de Pythagore

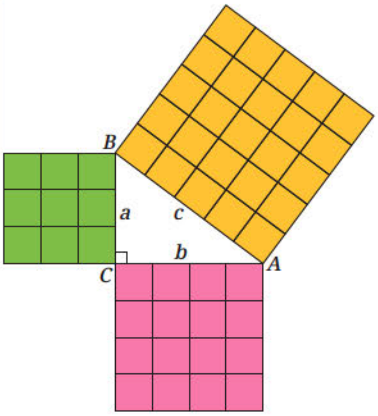
Le théorème de Pythagore est une équation qui relie les longueurs des côtés du triangle rectangle. Il est nommé d'après le mathématicien grec «Pythagore», qui vivait au VI^{ème} siècle avant J.-C.



Pythagore

Le théorème de Pythagore

L'aire du carré construit sur l'hypoténuse dans un triangle rectangle est égale à la somme des aires des deux carrés construits sur les deux côtés de l'angle droit.



Autre formulation du théorème de Pythagore:

Dans le triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit.

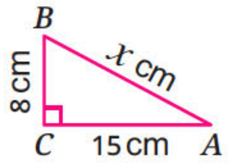
C'est-à-dire que: $c^2 = a^2 + b^2$ où a et b sont les longueurs des deux côtés de l'angle droit dans le triangle et c est la longueur de l'hypoténuse du triangle.

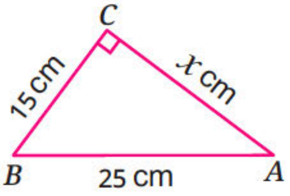
L'utilisation du théorème de Pythagore

Tu peux utiliser le théorème de Pythagore pour trouver la longueur d'un côté dans un triangle rectangle lorsque les longueurs des deux autres côtés sont connues.

Exemple 1

Trouve la valeur de X dans chacun de ce qui suit , puis trouve l'aire du triangle dans la seconde figure.

1 

2 

✓

1 $\because c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore X^2 = (8)^2 + (15)^2$

$= 64 + 225 = 289$

$\therefore X = \sqrt{289} = 17$

2 $\because c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore (25)^2 = (15)^2 + X^2$

$\therefore X^2 = (25)^2 - (15)^2 = 400$

$\therefore X = \sqrt{400} = 20$

$\therefore$ L'aire $= \frac{1}{2} \times 15 \times 20 = 150$ cm^2

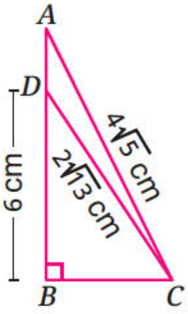
Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

$m(\angle B) = 90^\circ$, $AC = 4\sqrt{5}$ cm

$BD = 6$ cm et $DC = 2\sqrt{13}$ cm

Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{AD}$.



✓

Dans le triangle DBC rectangle en B:

$(BC)^2 = (DC)^2 - (DB)^2 = (2\sqrt{13})^2 - (6)^2 = 16$

$\therefore BC = \sqrt{16} = 4$

Dans le triangle ABC rectangle en B:

$(AB)^2 = (AC)^2 - (BC)^2 = (4\sqrt{5})^2 - (4)^2 = 64$

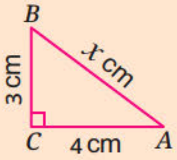
$\therefore AB = \sqrt{64} = 8$

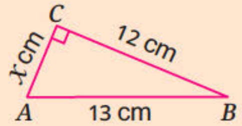
$\therefore AD = AB - BD = 8 - 6 = 2$

$\therefore$ La longueur de $\overline{AD} = 2$ cm

■ Auto-évaluation 1

Trouve la valeur de X dans chacun de ce qui suit, puis trouve l'aire du triangle dans la seconde figure.

1 

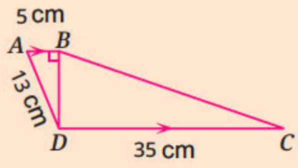
2 

■ Auto-évaluation 2

Dans la figure suivante:

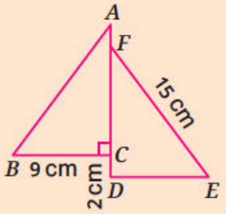
Si $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$.

Trouve le périmètre du polygone $ABCD$.



Auto-évaluation (3)

Dans la figure suivante:



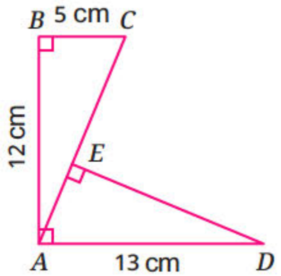
$\Delta\ ACB \cong \Delta\ FDE$

Trouve la longueur de $\overline{AF}$

Exemple (3)

Dans la figure ci-contre:

Trouve la longueur de $\overline{EC}$



$\because$ Le triangle ABC est rectangle en B

$\therefore (AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 = (12)^2 + (5)^2 = 169$

$\therefore AC = \sqrt{169} = 13$

$\because m(\angle C) + m(\angle BAC) = 90^\circ$ et $m(\angle DAE) + m(\angle BAC) = 90^\circ$

$\therefore m(\angle C) = m(\angle DAE)$

$\because$ Les deux triangles ABC et DEA ont:

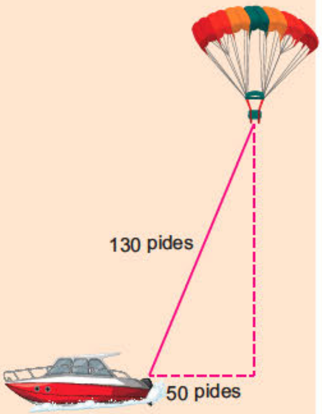
$m(\angle ABC) = m(\angle DEA)$, $AC = DA$ et $m(\angle C) = m(\angle DAE)$

$\therefore \Delta\ ABC \cong \Delta\ DEA$ $\qquad \therefore AE = CB = 5$

$\therefore EC = AC - AE = 13 - 5 = 8$

$\therefore$ La longueur de $\overline{EC} = 8$ cm.

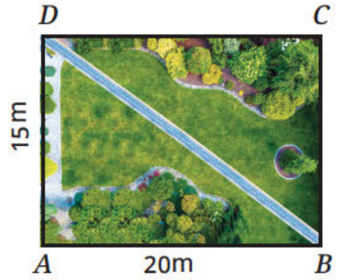
Auto-évaluation (4)



La figure représente le vol d'Omar dans une montgolfière tirée par un bateau en mer. Quelle est la hauteur d'Omar par rapport au niveau horizontal du bateau?

Exemple (4)

Conception: Osama a conçu un jardin de forme rectangulaire pour sa maison et il planifie à construire un passage en diagonale comme sur la figure.
Trouve la longueur de ce passage.



$\because ABCD$ est un rectangle $\quad \therefore m(\angle A) = 90^\circ$

$\therefore$ Dans le triangle ABD:

$(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 = (20)^2 + (15)^2 = 625$

$\therefore$ La longueur du passage $= \sqrt{625} = 25$ m.

La réciproque du théorème de Pythagore

Si la somme des carrés des longueurs de deux côtés dans un triangle est égale au carré de la longueur du troisième côté, alors le triangle est rectangle.

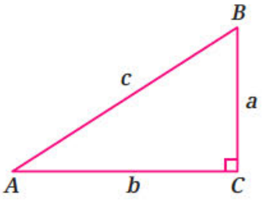
Si le triangle ABC a :

$a^2 + b^2 = c^2$

alors: $m(\angle C) = 90^\circ$

C'est-à-dire que:

Le triangle ABC est rectangle en C.



■ Auto-évaluation (5)

Lequel de ce qui suit représente les longueurs des côtés d'un triangle rectangle?

1. 9 cm, 40 cm , 41 cm
2. $\sqrt{7}$ cm , $3\sqrt{2}$ cm , 5 cm
3. 30 cm, 40 cm , 60 cm

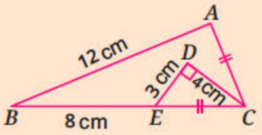
■ Auto-évaluation (6)

Dans la figure suivante:

$EC = AC$

Prouve que:

$m(\angle A) = 90^\circ$



■ Remarque que

- L'inégalité de Pythagore est utilisée pour savoir si le triangle est aigu ou obtus.
- Tandis que la réciproque du théorème de Pythagore est utilisée pour savoir si le triangle est rectangle ou non.

Exemple 5

Lequel de ce qui suit représente les longueurs des côtés d'un triangle rectangle?

① 8 cm, 13 cm , 15 cm ② 25 cm, 7 cm , 24 cm

① La longueur du plus long côté = 15

$\because (13)^2 + (8)^2 = 233$,

$\because (15)^2 = 225$

$\therefore (13)^2 + (8)^2 \neq (15)^2$

$\therefore$ Le triangle n'est pas rectangle.

② La longueur du plus long côté = 25

$\because (7)^2 + (24)^2 = 625$,

$\because (25)^2 = 625$

$\therefore (7)^2 + (24)^2 = (25)^2$

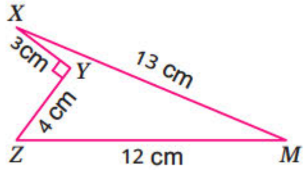
$\therefore$ Le triangle est rectangle.

Exemple 6

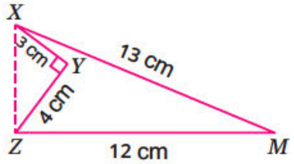
Dans la figure ci-contre:

$XYZM$ est un quadrilatère non convexe et $m(\angle XYZ) = 90^\circ$.

Trouve l'aire du quadrilatère $XYZM$



La construction: Trace $\overline{XZ}$



Dans le triangle XYZ rectangle en Y:

$\because (XZ)^2 = (3)^2 + (4)^2 = 9 + 16 = 25 \qquad \therefore XZ = 5$

Dans le triangle XZM:

$\because (XZ)^2 + (ZM)^2 = (5)^2 + (12)^2 = 25 + 144 = 169$,

$(XM)^2 = (13)^2 = 169$

$\therefore (XM)^2 = (XZ)^2 + (ZM)^2 \qquad \therefore m(\angle XZM) = 90^\circ$

$\because$ L'aire du quadrilatère $XYZM$ = L'aire du $\Delta\ XZM$ – l'aire du $\Delta\ XYZ$

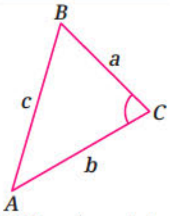
$\therefore A = (\frac{1}{2} \times 5 \times 12) - (\frac{1}{2} \times 3 \times 4) = 30 - 6 = 24$

C'est-à-dire que l'aire du quadrilatère $XYZM$ est égale à 24 cm^2.

L'inégalité de Pythagore

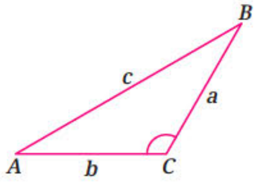
Dans le triangle ABC: Si c est la longueur du plus long côté du triangle et que:

$c^2 < a^2 + b^2$



$\Delta\ ABC$ est un triangle acutangle

$c^2 > a^2 + b^2$



$\Delta\ ABC$ est un triangle obtusangle

Auto-évaluation (7)

Détermine le type du triangle en fonction de ses angles si les longueurs de ses côtés sont comme suit:

1. $5\sqrt{2}$ cm, 5 cm, 5 cm
2. 16 cm, 12 cm, 11 cm
3. 21 cm, 20 cm, 4,5 cm

Information enrichissante

Le triplet de Pythagore est trois nombres entiers qui réalisent la formule mathématique:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

où c est le plus grand nombre.

- Voici les triplets de Pythagore les plus courants et certains de leurs multiples:

3 , 4 , 5
6 , 8 , 10
9 , 12 , 15
$3x$, $4x$, $5x$

5 , 12 , 13
10 , 24 , 26
15 , 36 , 39
$5x$, $12x$, $13x$

8 , 15 , 17
16 , 30 , 34
24 , 45 , 51
$8x$, $15x$, $17x$

7 , 24 , 25
14 , 48 , 50
21 , 72 , 75
$7x$, $24x$, $25x$

Exemple 7

Détermine le type de chaque triangle en fonction de ses angles si les longueurs de ses côtés sont comme suit:

1. 11 cm, 10 cm, 9 cm
2. $3\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm, 3 cm
3. 2,5 cm, 2 cm, 1,5 cm

(1) $\because$ La longueur du plus long côté du triangle = 11 cm

$\because (11)^2 = 121$, $(9)^2 + (10)^2 = 81 + 100 = 181$

$\therefore (11)^2 < (9)^2 + (10)^2$

$\therefore$ Le triangle est acutangle.

(2) $\because$ La longueur du plus long côté du triangle = $3\sqrt{3}$ cm

$\because (3\sqrt{3})^2 = 27$, $(3)^2 + (2\sqrt{3})^2 = 9 + 12 = 21$

$\therefore (3\sqrt{3})^2 > (3)^2 + (2\sqrt{3})^2$

$\therefore$ Le triangle est obtusangle.

(3) $\because$ La longueur du plus long côté du triangle = 2,5 cm

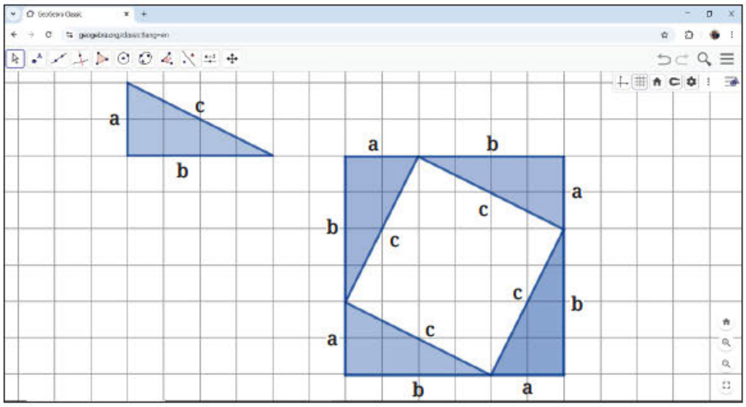
$\because (2{,}5)^2 = 6{,}25$, $(1{,}5)^2 + (2)^2 = 2{,}25 + 4 = 6{,}25$

$\therefore (2{,}5)^2 = (1{,}5)^2 + (2)^2$

$\therefore$ Le triangle est rectangle.

Activité technologique

Utilise le logiciel GeoGebra et trace un triangle comme indiqué dans la figure,les longueurs de ses côtés sont a, b et c. Copie le triangle pour obtenir quatre triangles congruents, puis réorganise-les pour former un carré comme indiqué dans l'écran suivant.



Trouve l'aire du grand carré de deux manières:

- L'aire du grand carré est égale à la somme des aires des quatre triangles et du petit carré.

$\therefore A = 4\left(\frac{1}{2}\, a\, b\right) + c^2$ (1)

- L'aire du grand carré est égale au carré de la longueur de son côté.

$\therefore A = (a + b)^2$ (2)

De (1) et (2): $4\left(\frac{1}{2}\, a\, b\right) + c^2 = (a + b)^2$

Résume pour vérifier par toi même que: $c^2 = a^2 + b^2$

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

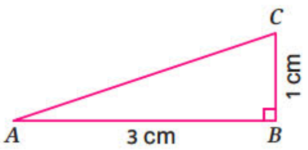
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Dans la figure ci-contre:

   Quelle est l'aire du carré construit sur $\overline{AC}$?

   (a) $4\ cm^2$ (b) $2\ cm^2$

   (c) $8\ cm^2$ (d) $10\ cm^2$

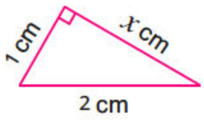


2. Dans la figure ci-contre:

   Quelle est la valeur de x?

   (a) 1 (b) 3

   (c) $\sqrt{5}$ (d) $\sqrt{3}$

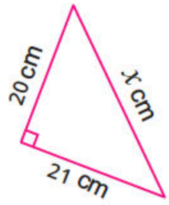


3. Dans la figure ci-contre:

   Quelle est la valeur de x?

   (a) 41 (b) 29

   (c) $\sqrt{41}$ (d) $\sqrt{29}$



4. Lequel des nombres suivants peut être les longueurs des côtés d'un triangle rectangle?

   (a) 7 ; 7 ; 4 (b) 12 ; 5 ; 13 (c) 5 ; 8 ; 7 (d) 3 ; 7 ; 5

5. Lequel des nombres suivants peut être les longueurs des côtés d'un triangle acutangle?

   (a) $4 ; 4 ; 4\sqrt{2}$ (b) 6 ; 8 ; 10 (c) 7,5 ; 3,7 ; 8 (d) 6 ; 6 ; 9

6. Lequel des nombres suivants peut être les longueurs des côtés d'un triangle obtusangle?

   (a) 24 ; 10 ; 27 (b) 2,5 ; 2 ; 1,5 (c) 7 ; 7 ; 7 (d) $20 ; 10 ; 10\sqrt{3}$

Deuxièmement **Appliquer les concepts**

7. Trouve la valeur de x dans chacune des deux figures ci-contre.

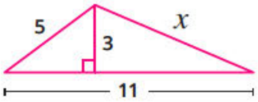


Figure (1)

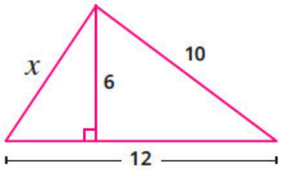


Figure (2)

8. Trouve l'aire de chacune des deux figures ci-contre.

Figure (1)

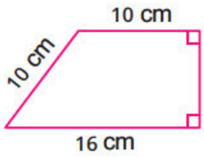
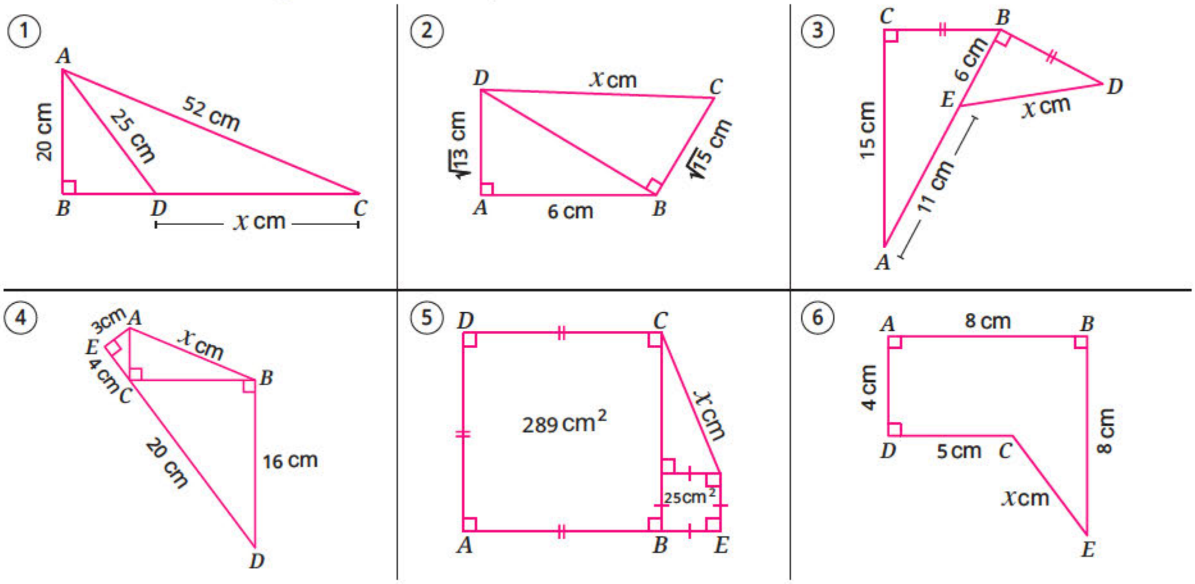


Figure (2)

9. Dans chacun de ce qui suit , indique le type du triangle en fonction de ses angles si les longueurs de ses côtés sont comme suit:

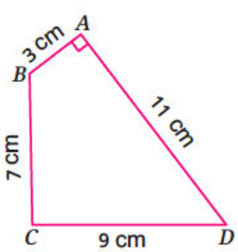
   (a) 5 cm, 3 cm, 6 cm (b) $\sqrt{7}$ cm , $\sqrt{5}$ cm , $\sqrt{6}$ cm (c) 21 cm, 28 cm, 35 cm

(10) Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur de x:



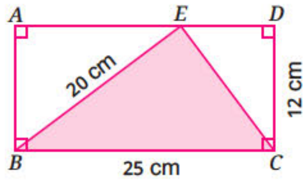
(11) Dans la figure ci-contre:

Prouve que: $m(\angle C) = 90^\circ$



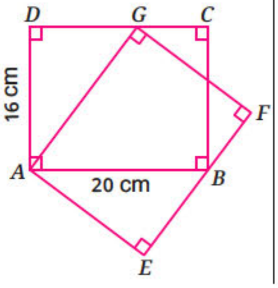
(12) Dans la figure ci-contre:

ABCD est un rectangle.
Prouve que le triangle *BEC* est rectangle, puis trouve son aire.



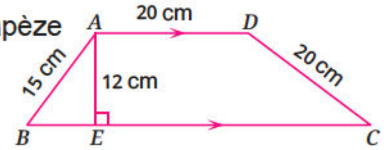
(13) Dans la figure ci-contre:

Le rectangle *ABCD* congrue au rectangle *AGFE*. Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{BF}$



(14) Dans la figure ci-contre:

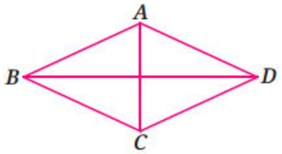
ABCD est un trapèze dans lequel:



$AB = 15$ cm, $AD = 20$ cm et $DC = 20$ cm.
Si la hauteur du trapèze est de 12 cm, trouve son aire.

(15) Dans la figure ci-contre:

ABCD est un losange dont le périmètre est de 52 m et dont la diagonale $\overline{BD}$ est égale à 24 m.
Trouve l'aire du losange *ABCD* en mètres carrés.



(16) Découvre l'erreur:

Amal et Mariam déterminent si les nombres 13; 12 et 5 conviennent pour être des longueurs des côtés d'un triangle rectangle ou non. Laquelle des deux a suivi la bonne méthode pour la solution? Discute et corrige l'erreur s'il y en a.

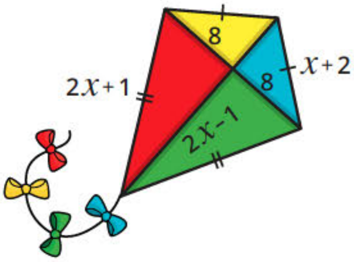
La solution d'Amal:

$a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2$
$= 169$
$c^2 = 13^2 = 169$
$a^2 + b^2 = c^2$
convient

La solution de Mariam:

$a^2 + b^2 = 13^2 + 5^2$
$= 194$
$c^2 = 12^2 = 144$
$a^2 + b^2 \neq c^2$
ne convient pas

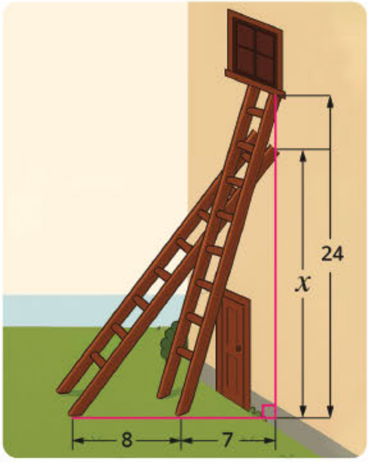
Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines



⑰ **Jeux:**

Tu as devant toi un cerf-volant dont les dimensions sont comme indiquées sur la figure.Trouve le périmètre de l'avion en papier.

⑱ **Arts:** Un peintre a placé une échelle pour atteindre au bas d'une fenêtre à la hauteur de 24 pieds du sol, la base de l'échelle se trouve à 7 pieds du mur de la maison. Pendant qu'il mélangeait la peinture, l'échelle a glissé, ce qui a éloigné sa base de 8 pieds supplémentaires du mur de la maison.
Quelle est la hauteur que l'échelle atteint à ce moment-là ?

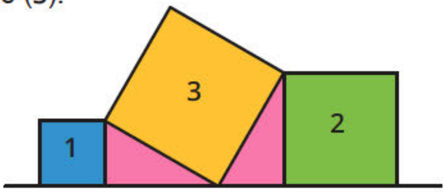


On doit suivre les règles de sécurité et de sûreté lors de l'exécution des travaux d'entretien de la maison.

Pensée créative

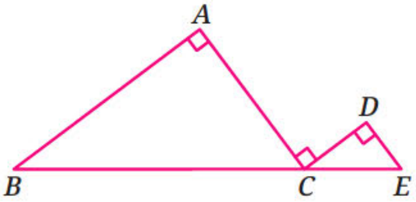
⑲ **Dans la figure suivante:**

Trois carrés, l'aire du carré (1) = 16 cm^2 et l'aire du carré (2) = 48 cm^2. Trouve avec la démonstration, la longueur du côté du carré (3).

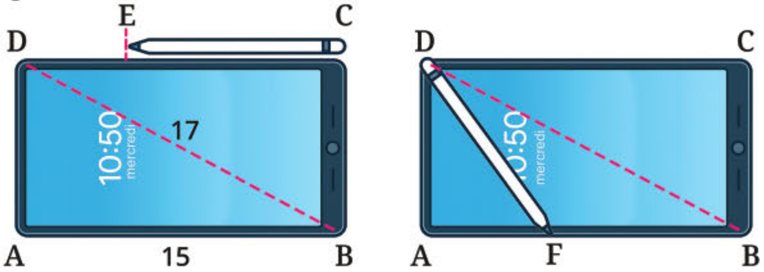


⑳ **Dans la figure suivante:**

Si $AB + CD = 16$ cm et $AC + DE = 12$ cm.
Trouve avec la démonstration, la longueur de $\overline{BE}$.



㉑ **Pensée critique:** Khaled utilise un stylo sur une tablette de forme rectangulaire $ABCD$, dont la longueur de l'un des côtés est de 15 unités de longueur et dont la diagonale mesure 17 unités de longueur.



Si la longueur de $\overline{FB}$ est supérieure à la longueur de $\overline{DE}$ de quatre unités de longueur, trouve la longueur du stylo.

Évalue ta compréhension!

Quel set ton niveau de compréhension du théorème de Pythagore et de sa réciproque? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon
3 - 3 Les applications du parallélisme

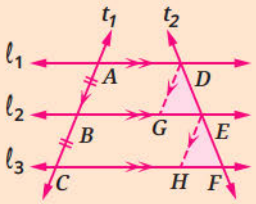
■ **Résultats d'apprentissage**

- Connaître la relation entre les longueurs des parties des sécantes comprises entre des droites parallèles.
- Utiliser la demi-droite tracée à partir du milieu de l'un des côtés d'un triangle parallèle à l'un des deux autres côtés.
- Connaître le segment moyen d'un triangle.
- Connaître la relation entre le segment moyen d'un triangle et le côté qui lui est opposé.
- Utiliser la parallélisme dans la résolution de problèmes en géométrie.

■ **Vocabulaire**

- La parallélisme
- Le point milieu
- Le segment moyen

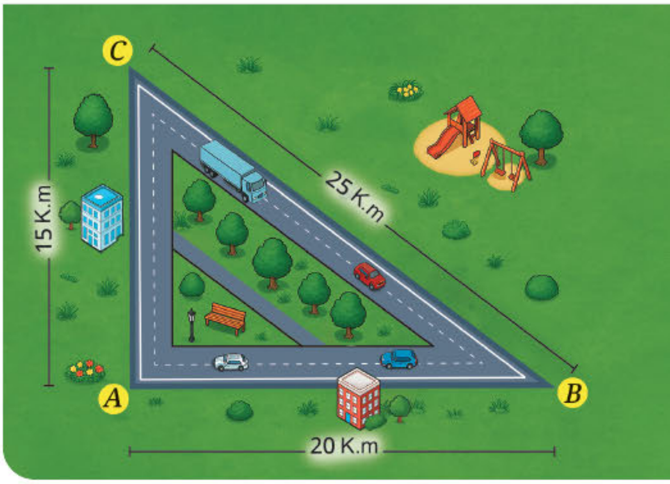
■ **Discute la preuve de la validité du théorème (3-1)**



En dessinant $\overline{DG}$ et $\overline{EH}$ parallèles à la droite t_1, et en utilisant les propriétés du parallélogramme et du parallélisme pour prouver la congruence des deux triangles EDG et FEH, tu peux prouver la validité du théorème (3-1), discutes-en.

Sois prêt!

L'un des ingénieurs routiers planifie de construire une nouvelle route reliant l'école à l'hôpital,de sorte qu'elle soit parallèle à la route principale. Si tu sais que l'école se situe à mi-chemin $\overline{AB}$ et que l'hôpital se situe à mi-chemin $\overline{AC}$, quelle est la longueur de cette nouvelle route?



Dans cette leçon, tu connaîtras la relation entre les droites parallèles et les parties comprises entre elle, ainsi que la relation entre le segment moyen d'un triangle et les côtés du triangle, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!

Dans la figure ci-contre:

Si la longueur de la barre transversale horizontale au milieu de l'échelle est de 0,75 m, peux-tu déterminer la distance entre les deux extrémités de l'échelle au sol? Discute.

Apprends!

Quelques applications du parallélisme

Théorème 3-1

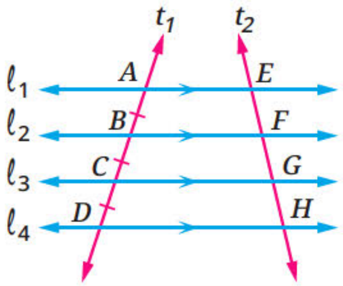
Si une droite coupe plusieurs droites parallèles et que les parties de la sécante comprises entre ces droites sont égales en longueur, alors les parties comprises entre ces droits pour toute autre sécante seront également égales en longueur

Si $\ell_1 // \ell_2 // \ell_3 // \ell_4$,

t_1 , t_2 sont leurs sécantes

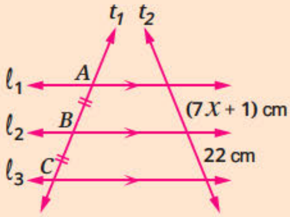
où $AB = BC = CD$

alors: $EF = FG = GH$



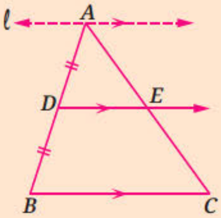
■ **Auto-évaluation** ①

Dans la figure suivante:



Trouve la valeur de x.

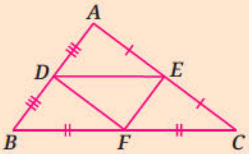
■ **Discute la preuve de la validité du théorème (3-2)**



En traçant une droite à partir du point A parallèle à chacun de $\overrightarrow{DE}$ et $\overline{BC}$ et en remarquant que $AD = DB$. Et en utilisant le théorème (3-1), tu peux prouver la validité du théorème (3-2), Discutes-en.

■ **Remarque que**

Il existe trois segments moyens dans chaque triangle.



$\overline{DE}$, $\overline{DF}$ et $\overline{FE}$ sont les segments moyens du triangle ABC

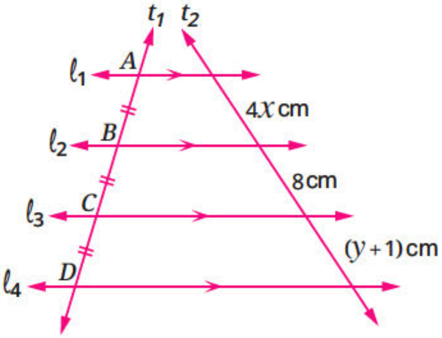
Exemple 1

Dans la figure ci-contre:

$\ell_1 // \ell_2 // \ell_3 // \ell_4$

Les deux droites t_1 et t_2 les coupent.

Trouve la valeur de x et y.



✓

$\because \ell_1 // \ell_2 // \ell_3 // \ell_4$, $AB = BC = CD$

$\therefore 4x = 8$ $\qquad \therefore x = \frac{8}{4} = 2$

$y + 1 = 8$ $\qquad \therefore y = 8 - 1 = 7$

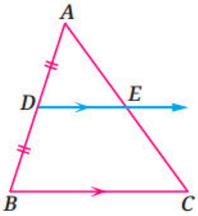
Théorème 3-2

La demi-droite tracée à partir du milieu d'un côté du triangle parallèlement à l'un des deux autres côtés coupe le troisième côté en son milieu.

Si D est le point milieu de $\overline{AB}$ et $\overrightarrow{DE} // \overline{BC}$

alors: E est le point milieu de $\overline{AC}$,

c'est-à-dire que: $AE = EC$



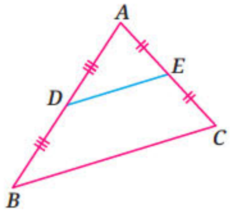
Le segment moyen dans le triangle

le segment moyen dans le triangle est le segment tracé entre les milieux de deux côtés du triangle.

Si D est le point milieu de $\overline{AB}$ et

E est le point milieu de $\overline{AC}$.

alors: $\overline{DE}$ est le segment moyen de $\Delta\ ABC$.

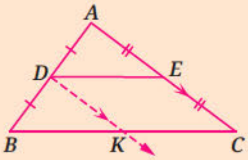


Discute

Comment peux-tu prouver que la longueur du segment moyen dans le triangle est égale à la moitié de la longueur du côté opposé?

• Indice:

Trace $\overrightarrow{DK}$ parallèle à $\overline{AC}$ et coupe $\overline{BC}$ en K, puis prouve que la figure $DKCE$ est un parallélogramme.

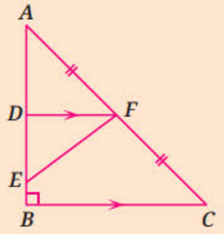


Auto-évaluation ②

Dans la figure suivante:

$AB = BC = 16$ cm

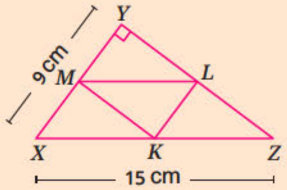
$EB = 2$ cm



Trouve la longueur de $\overline{EF}$.

Auto-évaluation ③

Dans la figure suivante:



Les côtés du triangle KLM sont les segments moyens du triangle XYZ qui est rectangle en Y. Calcule le périmètre du triangle KLM.

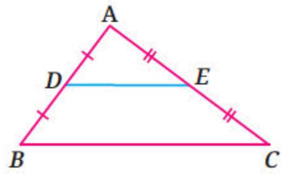
Théorème 3-3 (Théorème du segment moyen dans le triangle)

Le segment moyen tracé entre les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa longueur est égale à la moitié de la longueur de ce côté.

Si $\overline{DE}$ is est le segment moyen dans $\Delta\ ABC$

alors: ❶ $\overline{DE} \mathbin{//} \overline{BC}$

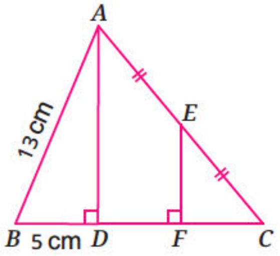
❷ $DE = \frac{1}{2} BC$



Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{EF}$.



✓

$\because$ Le triangle ABD est rectangle en D

$\therefore (AD)^2 = (AB)^2 - (BD)^2 = (13)^2 - (5)^2 = 144$

$\therefore AD = \sqrt{144} = 12$

$\because m(\angle ADB) = m(\angle EFB) = 90°$

(et ils sont deux angles en position symétrique)

$\therefore \overline{AD} \mathbin{//} \overline{EF}$

Dans le triangle ADC: $\because E$ est le milieu de $\overline{AC}$ et $\overline{AD} \mathbin{//} \overline{EF}$

$\therefore F$ est le milieu de $\overline{DC}$

$\therefore EF = \frac{1}{2} AD$ $\qquad \therefore EF = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

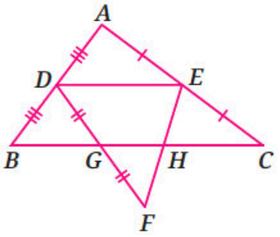
C'est-à-dire que la longueur de $\overline{EF} = 6$ cm.

Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

Si D est le milieu de $\overline{AB}$, E est le milieu de $\overline{AC}$ et G est le milieu de $\overline{DF}$,

Prouve que $BC = 4\ GH$



✓

Dans le triangle ABC:

$\because D$ est le milieu de $\overline{AB}$ et E est le milieu de $\overline{AC}$

$\therefore \overline{DE} \mathbin{//} \overline{BC}$ et $DE = \frac{1}{2} BC$

Dans le triangle FDE:

$\because G$ est le milieu de $\overline{DF}$ et $\overline{GH} \mathbin{//} \overline{DE}$ $\qquad \therefore H$ est le milieu de $\overline{EF}$

$\therefore GH = \frac{1}{2} DE$ $\quad \therefore GH = \frac{1}{2}(\frac{1}{2} BC) = \frac{1}{4} BC$ $\qquad \therefore BC = 4\ GH$

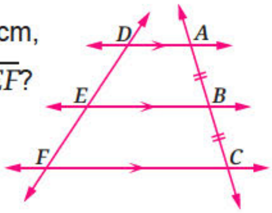
Évaluation de la leçon

Premièrement — Mesurer les concepts

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① **Dans la figure ci-contre:**

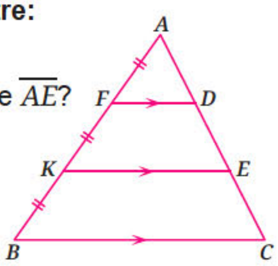
Si la longueur de $\overline{DF}$ = 15 cm, quelle est la longueur de $\overline{EF}$?



(a) 10 cm
(b) 7,5 cm
(c) 5 cm (d) 2,5 cm

② **Dans la figure ci-contre:**

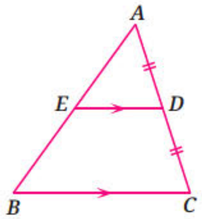
Si AC = 12 cm, quelle est la longueur de $\overline{AE}$?



(a) 3 cm (b) 4 cm
(c) 6 cm (d) 8 cm

③ **Dans la figure ci-contre:**

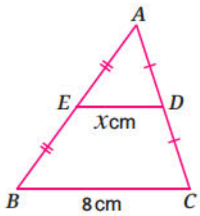
Si la longueur de $\overline{EB}$ = 10 cm, quelle est la longueur de $\overline{AB}$?



(a) 20 cm (b) 10 cm
(c) 7,5 cm (d) 5 cm

④ **Dans la figure ci-contre:**

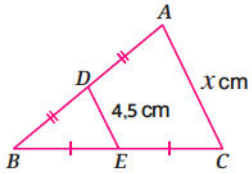
Quelle est la valeur de X?



(a) 16 (b) 8
(c) 4 (d) 2

⑤ **Dans la figure ci-contre:**

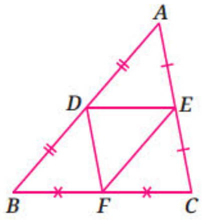
Quelle est la valeur de X?



(a) 9 (b) 4,5
(c) 13,5 (d) 2,25

⑥ **Dans la figure ci-contre:**

Si le périmètre de $\Delta\, ABC$ est égal à 18 cm, quel est le périmètre de $\Delta\, DEF$?

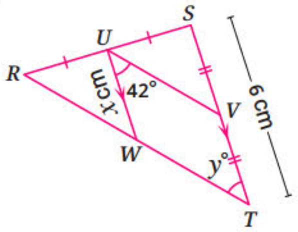


(a) 6 cm (b) 12 cm
(c) 36 cm (d) 9 cm

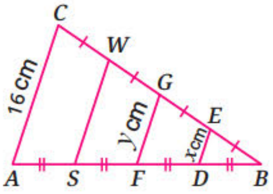
Deuxièmement — Appliquer les concepts

⑦ Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur de chacun de X et y.

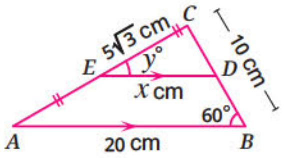
①



②



③

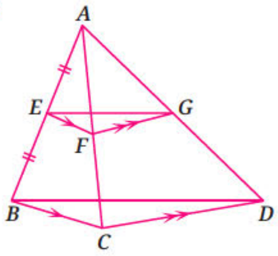


⑧ **Dans la figure ci-contre:**

Si E est le milieu de $\overline{AB}$,

$\overline{EF}$ // $\overline{BC}$ et $\overline{FG}$ // $\overline{CD}$

Prouve que BD = 2 EG

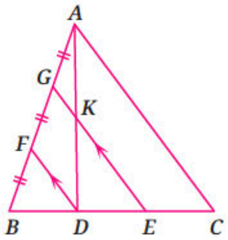


⑨ **Dans la figure ci-contre:**

GK = 8 cm et $\overline{FD}$ // $\overline{GE}$

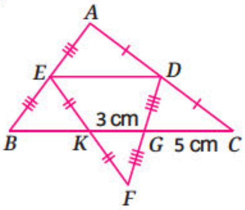
$AG = GF = FB$

Trouve la longueur de $\overline{KE}$.



(10) **Dans la figure ci-contre:**

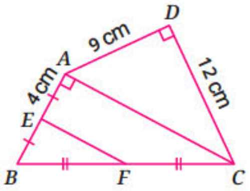
Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{BK}$.



(11) **Dans la figure ci-contre:**

$ABCD$ est un quadrilatère dans lequel E et F sont les deux milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$ respectivement.

Trouve l'aire: $\Delta\ BEF$.

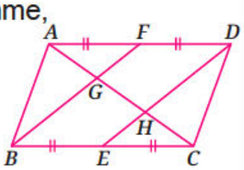


(12) **Dans la figure ci-contre:**

$ABCD$ est un parallélogramme,

Si E et F sont les deux milieux de $\overline{BC}$ et $\overline{AD}$ respectivement.

Prouve que: $AC = 3\ AG$

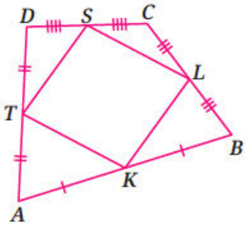


(13) **Dans la figure ci-contre:**

T, S, L et K sont les milieux des côtés du quadrilatère $ABCD$

Prouve que:

La figure $KLST$ est un parallélogramme.



Troisièmement — L'analyse et l'intégration des disciplines

(14) **Décoration:** La figure ci-contre représente une bibliothèque en bois sous la forme de triangle équilatéral dont la longueur de son côté mesure 3 m et qui contient trois étagères en verre.

Quelle est la longueur de chaque étagére des trois étagères?

La répartition optimale des pièces décoratives en fonction des espaces reflète une conscience esthétique et crée une sensation de confort.

Choisir des endroits sûrs pour jouer réduit le risque de blessures.

(15) **Conception géométrique:** Lors de la conception d'une balançoire comme dans la figure ci-contre ,la longueur de la barre transversale horizontale qui relie les deux milieux des deux pieds était égale à X pieds, où $3 \leq X \leq 4$. Trouve la plus petite distance entre les deux extrémités des pieds au sol.

Pensée créative

(16)

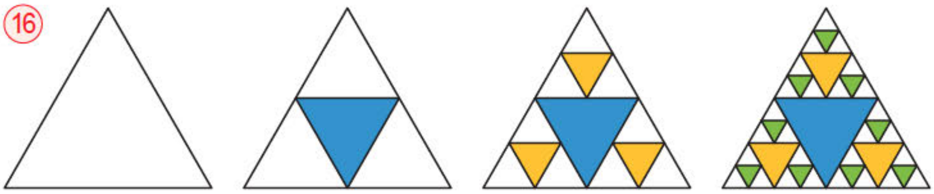


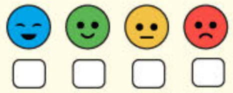
Figure (1) Figure (2) Figure (3) Figure (4)

La figure (1) représente un triangle dont le périmètre est de 8 cm et le triangle résultant des trois segments médians a été coloré comme dans la figure (2), puis on a répété cela sur les triangles non colorés pour obtenir la figure (3) puis avec le méme modèle la figure (4) a été formée.

Calcule la somme des périmètres des triangles colorés dans la figure (3). Peux-tu calculer la somme des périmètres des triangles colorés dans la figure (4)?

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des applications du parallélisme? Coche la case appropriée.



Leçon

3 - 4 Les médianes du triangle

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de la médiane du triangle.
- Connaître le point d'intersection des médianes du triangle.
- Connaître la relation entre la longueur de la médiane tracé à partir du sommet de l'angle droit et la longueur de l'hypoténuse dans le triangle rectangle.
- Utiliser les médianes du triangle pour résoudre des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- Médianes
- Le point d'intersection des médianes du triangle
- Point d'équilibre

Sois prêt!

Les drones sont utilisés dans plusieurs domaines, tels que la photographie aérienne, les opérations de sauvetage, la surveillance, etc. Leur importance ne cesse de croître avec le développement de la technologie.

Tu as devant toi un drone qui contient trois bras, chacun se terminant par un moteur.

Si ces moteurs sont identiques, où se situe le centre géométrique du drone?

Dans cette leçon, tu apprendras à trouver le point d'intersection des médianes du triangle, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

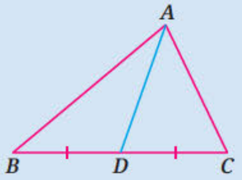
Réfléchis et discute!

Un décorateur conçoit une table sur mesure pour l'un des clients.
Le plateau de la table est un triangle en verre qui nécessite d'être équilibré sur un seul support.
À quel point doit-on placer le support? Discute.

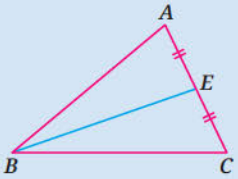
Apprends!

La médiane du triangle

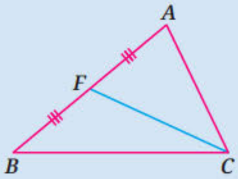
La médiane du triangle est un segment tracé de l'un des sommets du triangle jusqu'au milieu du côté opposé à ce sommet. Chaque triangle a trois médianes, comme suit:



$\overline{AD}$ est la médiane tracée du sommet A



$\overline{BE}$ est la médiane tracée du sommet B



$\overline{CF}$ est la médiane tracée du sommet C

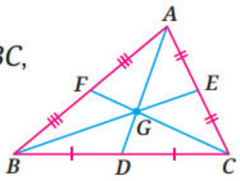
Théorème 4-1

Les médianes du triangle se coupent en un seul point.

Dans la figure ci-contre:

Si $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ et $\overline{CF}$ sont les médianes du triangle ABC,
alors: $\overline{AD} \cap \overline{BE} \cap \overline{CF} = \{G\}$

C'est-à-dire que: Le point G *est* le point d'intersection des médianes du triangle ABC.



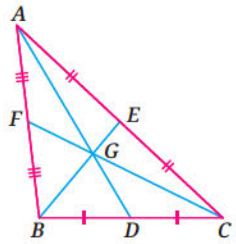
Théorème 4-2

Le point d'intersection des médianes du triangle divise chacune d'elles dans un rapport de 2:1 à partir du sommet.

Dans la figure ci-contre:

Si G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC, alors:

$AG = 2\ GD$, $AG = \frac{2}{3} AD$ et $GD = \frac{1}{3} AD$

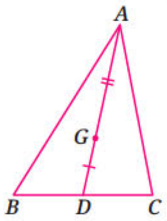


Résultat

Le point qui divise la médiane du triangle dans un rapport de 2 : 1 à partir du sommet est le point d'intersection des médianes du triangle.

Dans la figure ci-contre:

Si $\overline{AD}$ est une médiane dans le triangle ABC
et $G \in \overline{AD}$ tel que $AG = 2\ GD$,
alors G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC.

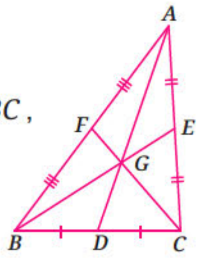


Exemple 1

Dans la figure ci-contre:

Si G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC,
$AG = 8$ cm, $GE = 3{,}5$ cm et $CF = 7{,}5$ cm

Trouve la longueur de chacun de $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ et $\overline{CG}$



- $AD = \frac{3}{2} AG = \frac{3}{2} \times 8 = 12$
- $BE = 3\ GE = 3 \times 3{,}5 = 10{,}5$
- $CG = \frac{2}{3} CF = \frac{2}{3} \times 7{,}5 = 5$

C'est-à-dire que: La longueur de $\overline{AD} = 12$ cm,la longueur de $\overline{BE} = 10{,}5$ cm et la longueur de $\overline{CG} = 5$ cm

Réfléchis avec tes camarades

Si deux médianes d'un triangle se coupent en un point, ce point est-il le point d'intersection des médianes du triangle?

Ajoute à tes informations

Le point d'intersection des médianes du triangle est appelé le centre géométrique du triangle ou le point d'équilibre.

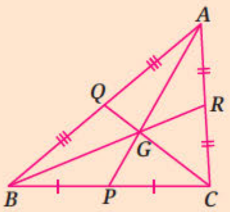
Réfléchis avec tes camarades

Quel est le rapport par lequel le point d'intersection des médianes du triangle divise l'une de ses médianes à partir de la base?

Auto-évaluation 1

Dans la figure suivante:

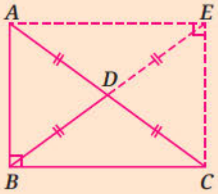
Si G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC , $AP = 21$ cm, $GQ = 5$ cm et $BG = 16$ cm.



Trouve la longueur de chacun de: $\overline{PG}$, $\overline{CG}$ et $\overline{BR}$.

■ **Discute la preuve de la validité du théorème**

Complète le dessin du rectangle.



Les deux diagonales du rectangle sont égales en longueur et chacune d'elles coupe l'autre en son milieu. C'est-à-dire que:

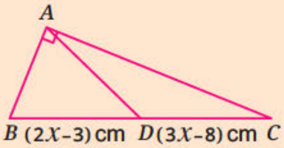
$BD = AD = DC = DE$

$= \frac{1}{2} AC$

■ **Auto-évaluation** ②

Dans la figure suivante:

Si $\overline{AD}$ est une médiane dans le triangle rectangle ABC en A



Trouve la longueur de $\overline{AD}$.

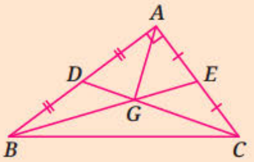
■ **Auto-évaluation** ③

Dans la figure suivante:

Si D et E sont les milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ respectivement,

$\overline{BE} \cap \overline{CD} = \{G\}$

$AC = 9$ cm et $AG = 5$ cm



Trouve la longueur de $\overline{AB}$.

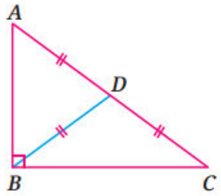
Théorème 4-3

La longueur de la médiane du triangle rectangle tracé à partir du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse de ce triangle.

Dans la figure ci-contre:

Si $\overline{BD}$ est une médiane tracée à partir du sommet de l'angle droit B

Alors: $BD = AD = DC = \frac{1}{2} AC$



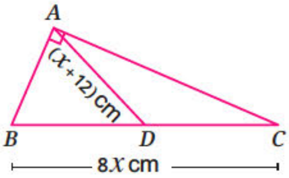
Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

Le triangle ABC est rectangle en A

et $\overline{AD}$ est une médiane en celui-ci.

Trouve la longueur de $\overline{AD}$.



$\because \overline{AD}$ est une médiane dans le triangle ABC et tracé à partir du sommet de l'angle droit.

$\therefore AD = \frac{1}{2} BC$ $\therefore X + 12 = \frac{1}{2} \times 8X$

$\therefore X + 12 = 4X$ $\therefore 3X = 12$ $\therefore X = 4$

$\therefore AD = X + 12 = 4 + 12 = 16$

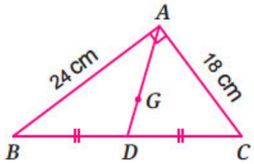
C'est-à-dire que la longueur de $\overline{AD}$ est égale à **16** cm.

Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

Si G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC rectangle en A,

trouve la longueur de $\overline{AG}$



$\because$ Le triangle ABC est rectangle en A

$\therefore (BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$ (Le théorème de Pythagore)

$= (24)^2 + (18)^2 = 900$

$\therefore BC = \sqrt{900} = 30$

$\because \overline{AD}$ est la médiane tracé à partir du sommet de l'angle droit

$\therefore AD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

$\because G$ est le point d'intersection des médianes du triangle ABC

$\therefore AG = \frac{2}{3} AD = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

C'est-à-dire que la longueur de $\overline{AG}$ est égale à **10** cm.

■ Auto-évaluation (4)

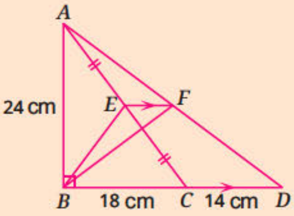
Dans la figure suivante:

Si $\overline{AB} \perp \overline{BD}$, $C \in \overline{BD}$,

E est le milieu de $\overline{AC}$,

$\overline{EF} \,//\, \overline{CD}$, $AB = 24$ cm

, $BC = 18$ cm et $CD = 14$ cm



Trouve le périmètre du triangle BEF.

Exemple 4

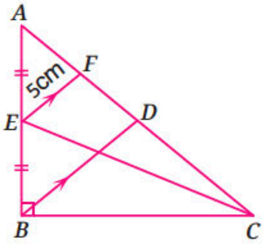
Dans la figure ci-contre:

Si ABC est un triangle rectangle en B

$\overline{BD}$ et $\overline{CE}$ sont des médianes en celui-ci, $\overline{EF} \,//\, \overline{BD}$

et $EF = 5$ cm

Trouve la longueur de $\overline{AC}$



Dans le triangle ABD:

$\because$ E est le milieu de $\overline{AB}$ et $\overline{EF} \,//\, \overline{BD}$ $\quad \therefore$ F est le milieu de $\overline{AD}$

$\therefore EF = \frac{1}{2} BD \qquad \therefore BD = 2 \times 5 = 10$

$\because$ $\overline{BD}$ est une médiane dans le triangle rectangle ABC en B

$\therefore BD = \frac{1}{2} AC \qquad \therefore AC = 2 \times 10 = 20$

C'est-à-dire que la longueur de $\overline{AC}$ est égale à 20 cm.

Le réciproque du théorème (4-3)

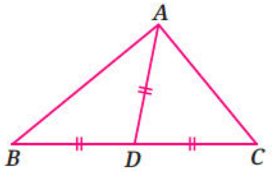
Si la longueur de la médiane du triangle tracé à partir d'un de ses sommets est égale à la moitié de la longueur du côté opposé à ce sommet, alors l'angle de ce sommet est un angle droit.

Dans la figure ci-contre:

Si $\overline{AD}$ est une médiane tracée à partir du sommet A,

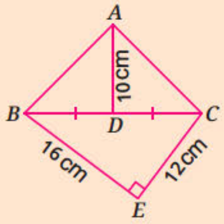
et $AD = BD = CD = \frac{1}{2} BC$

Alors: $m(\angle BAC) = 90°$



■ Auto-évaluation (5)

Dans la figure suivante:



Si D est le milieu de $\overline{BC}$

Prouve que:

$m(\angle BAC) = 90°$

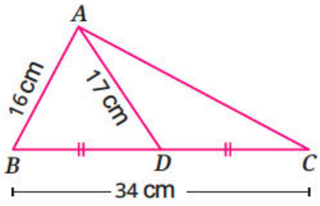
Example 5

Dans la figure ci-contre:

Si $\overline{AD}$ est une médiane dans le triangle ABC

Prouve que: $m(\angle BAC) = 90°$,

puis trouve l'aire du triangle ABC



$\because AD = 17 \quad , \quad BC = 34$

$\therefore AD = \frac{1}{2} BC \qquad \therefore m(\angle BAC) = 90°$

D'après le théorème de Pythagore, tu trouves que:

$(AC)^2 = (BC)^2 - (AB)^2$

$= (34)^2 - (16)^2 = 900$

$\therefore AC = \sqrt{900} = 30$

$\therefore$ L'aire du triangle $ABC = \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 30$

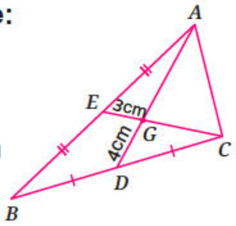
$= 240 \text{ cm}^2.$

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

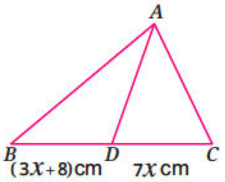
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1) **Dans la figure ci-contre:**
Si G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC, $GD = 4$ cm et $GE = 3$ cm. Lequel de ce qui suit est correct?



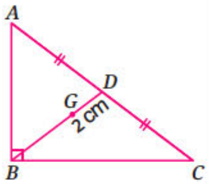
(a) $AG = 6$ cm (b) $CG = 8$ cm
(c) $CE = 9$ cm (d) $AG = 12$ cm

2) **Dans la figure ci-contre:**
$\overline{AD}$ est une médiane dans le triangle ABC
Quelle est la longueur de $\overline{BC}$?



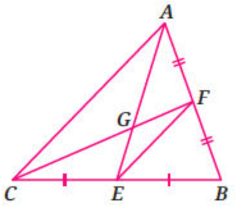
(a) 3 cm
(b) 6 cm
(c) 14 cm
(d) 28 cm

3) **Dans la figure ci-contre:**
Si G est le point d'intersection des médianes du triangle rectangle ABC en B et $GD = 2$ cm, quelle est la longueur de $\overline{AC}$?



(a) 8 cm (b) 12 cm
(c) 18 cm (d) 24 cm

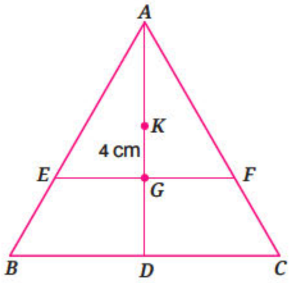
4) **Dans la figure ci-contre:**
$\overline{AE}$ et $\overline{CF}$ sont des médianes dans le triangle ABC,
$\overline{AE} \cap \overline{CF} = \{G\}$, $CG = 12$ cm, $AE = 15$ cm et $AC = 20$ cm.
Quel est le périmètre du triangle GEF?



(a) 18 cm (b) 21 cm
(c) 24 cm (d) 27 cm

5) **Dans la figure ci-contre:**
Si G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC et K est le point d'intersection des médianes du triangle AEF
Quelle est la longueur de $\overline{GD}$?

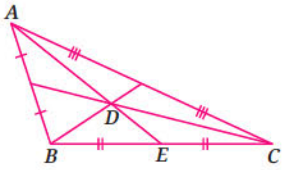
(a) 2 cm (b) 4 cm
(c) 6 cm (d) 8 cm



▸ **Découvre l'erreur:**

6) Bassem et Sameh ont résolu le problème suivant:
Dans la figure ci-contre: si la longueur de $\overline{AE} = 48$ cm, quelle est la longueur de $\overline{DE}$?

La solution de Baseem:	La solution de Sameh:
$DE = \frac{2}{3} AE$	$DE = \frac{1}{3} AE$
$DE = \frac{2}{3}(48)$	$DE = \frac{1}{3}(48)$
$DE = 32$	$DE = 16$



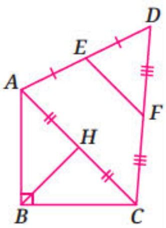
Lequel des deux a suivi la bonne méthode pour la solution? Discute.

Deuxièmement **Appliquer les concepts**

⑦ **Dans la figure ci-contre:**

Si $\overline{BH}$ est une médiane dans le triangle rectangle ABC en B, F et E sont les milieux de $\overline{CD}$ et $\overline{AD}$ respectivement

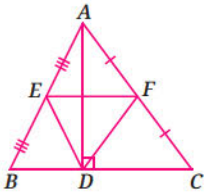
Prouve que: $BH = EF$



⑧ **Dans la figure ci-contre:**

$\overline{ABC}$ est un triangle dans lequel $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, E et F sont les milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ respectivement.

Prouve que: Le périmètre du triangle $EFD = \frac{1}{2}$ le périmètre du triangle ABC



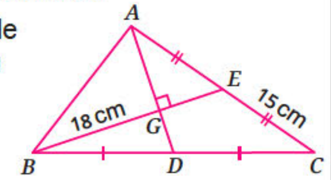
⑨ **Dans la figure ci-contre:**

Si E est le milieu de $\overline{AC}$, D est le milieu de $\overline{BC}$, $\overline{AD} \perp \overline{BE}$,

$CE = 15$ cm et

$BG = 18$ cm

Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{AD}$.



⑩ **Dans la figure ci-contre:**

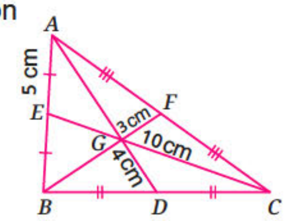
G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC, $AE = 5$ cm,

$CG = 10$ cm

$GD = 4$ cm et

$GF = 3$ cm

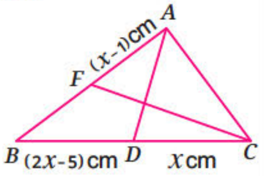
Trouve avec la démonstration l'aire du triangle ABD.



⑪ **Dans la figure ci-contre:**

Si $\overline{AD}$ et $\overline{CF}$ sont deux médianes dans le triangle ABC

Trouve la longueur de $\overline{FB}$



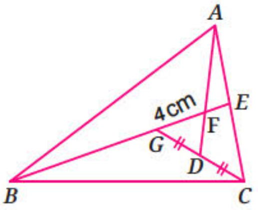
⑫ **Dans la figure ci-contre:**

G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC,

$DC = DG$ et

$GF = 4$ cm

Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{BE}$.

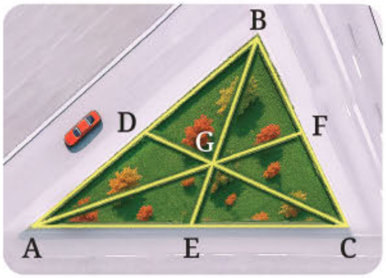


Troisièmement **L'analyse et l'intégration des disciplines**

⑬ **Conception géométrique:** Il y a trois chemins dans un jardin de forme triangulaire, chaque chemin est la médiane du triangle qui représente le jardin et ces chemins se croisent au point d'intersection des médianes.

① Si $DC = 81$ m, trouve chacun de DG et CG

② Si $GF = 25$ m, trouve chacun de GA et AF

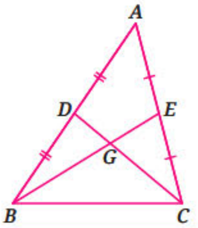


Pensée créative

⑭ **Dans la figure ci-contre:**

Si $BE = 15$ cm et $CD = 9$ cm

Trouve l'intervalle auquel appartient la longueur de $\overline{BC}$.



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des médianes du triangle?

Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon
3-5 Le triangle isocèle

■ **Résultats d'apprentissage**

- Connaître les propriétés du triangle isocèle.
- Connaître les propriétés du triangle équilatéral.
- Connaître la symétrie dans le triangle.
- Connaître la relation entre les longueurs des côtés du triangle trente-soixante.
- Utiliser les propriétés du triangle isocèle et du triangle équilatéral dans la résolution des problèmes de la vie.

■ **Vocabulaire**

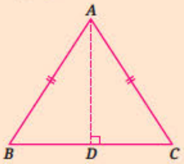
- Triangle isocèle
- Triangle équilatéral
- Le côté
- La base
- L'axe de symétrie

■ **Discute la preuve de la validité du théorème (5-1)**

Trace $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ et à partir de la congruence de deux triangles ABD et ACD

On peut prouver que:

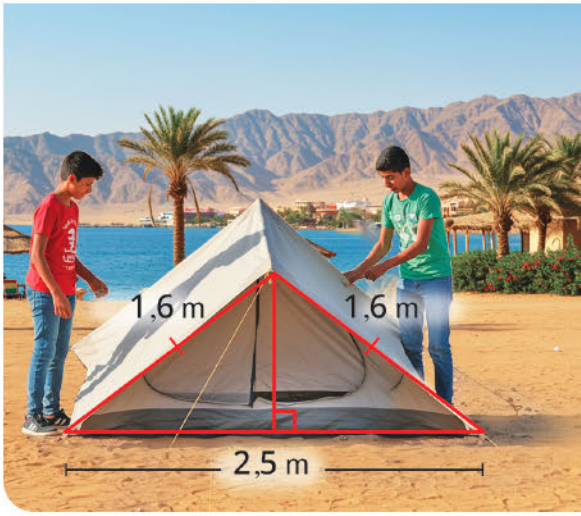
$\angle B \cong \angle C$



Sois prêt!

La ville égyptienne de Dahab, qui appartient au gouvernorat du Sud-Sinaï, n'est pas seulement une ville côtière, mais aussi l'une des plus belles villes touristiques du monde. Si Adel et son ami Yasser installent une tente triangulaire pour camper sur l'une des plages de Dahab, quelle est la hauteur approximative de la tente?

Dans cette leçon, tu connaîtras le triangle isocèle, le triangle équilatéral et leurs axes de symétrie, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

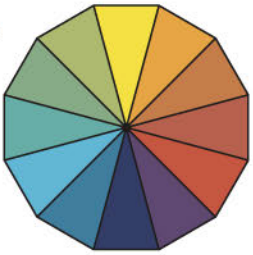


Réfléchis et discute!

Les artistes utilisent la roue chromatique pour montrer les relations entre les couleurs.

Les douze triangles de la figure sont des triangles isocèles et les angles de leurs sommets sont congruents.

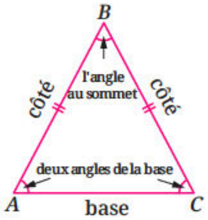
Peux-tu trouver la mesure des angles intérieurs dans l'un de ces triangles? Discute.



Apprends!

Le triangle isocèle

Le triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés congruents.
- Les deux côtés congruents sont appelés les jambes du triangle.
- L'angle comprise entre eux est appelé l'angle au sommet.
- Les deux autres angles sont appelés les deux angles de la base.



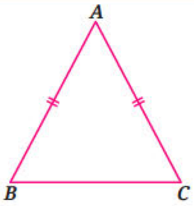
Théorème 5-1 **Théorème du triangle isocèle.**

Les deux angles de la base d'un triangle isocèle sont congruents.

Dans le triangle ABC:

Si $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

Alors $\angle B \cong \angle C$



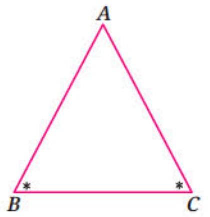
Réciproque du théorème (5-1) Réciproque du théorème du triangle isocèle

Si deux angles d'un triangle sont congruents , alors les côtés opposés à ces deux angles sont congruents.

Dans le triangle ABC:

Si $\angle B \cong \angle C$

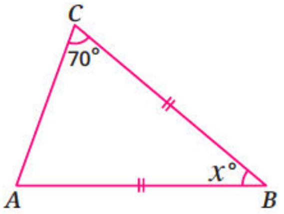
Alors: $\overline{AC} \cong \overline{AB}$



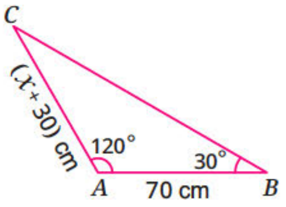
Exemple 1

Trouve la valeur de X dans chacune des deux figures suivantes:

1



2



✓ 1

$\because \overline{AB} \cong \overline{CB} \quad \therefore \angle A \cong \angle C$

$\therefore m(\angle A) = m(\angle C) = 70°$

$\therefore m(\angle B) = 180° - (70° + 70°)$

$= 40°$

$\therefore X = 40$

2

$\because m(\angle C) = 180° - (120° + 30°)$

$= 30°$

$\therefore \angle C \cong \angle B \quad \therefore \overline{AC} \cong \overline{AB}$

$\therefore X + 30 = 70$

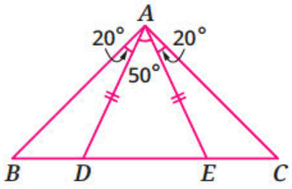
$\therefore X = 70 - 30 = 40$

Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

$D \in \overline{BC}$ et $E \in \overline{BC}$

Prouve que le triangle ABC est isocèle.



✓

Dans le triangle ADE:

$\because \overline{AD} \cong \overline{AE}$

$\therefore m(\angle ADE) = m(\angle AED) = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$

$\therefore m(\angle ADB) = m(\angle AEC) = 180° - 65° = 115°$

$\therefore m(\angle B) = m(\angle C) = 180° - (20° + 115°) = 45°$

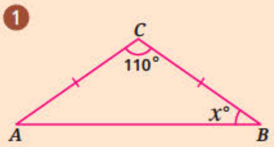
$\therefore \angle B \cong \angle C \qquad \therefore \overline{AB} \cong \overline{AC}$

$\therefore$ Le triangle ABC est isocèle.

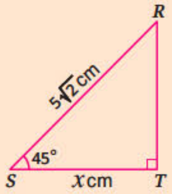
■ Auto-évaluation 1

Trouve la valeur de X dans chacune des deux figures suivantes:

1

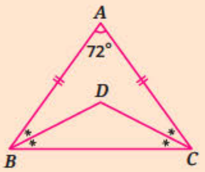


2



■ Auto-évaluation 2

Dans la figure suivante:



$AB = AC$, $m(\angle A) = 72°$

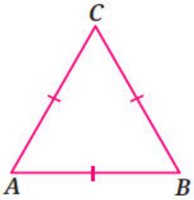
$\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de $\angle ABC$

$\overrightarrow{CD}$ est une bissectrice de $\angle ACB$

Prouve que:

Le triangle DBC est isocèle.

Le triangle équilatéral



Le triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés sont congruents.

Résultat:

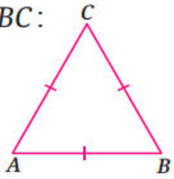
Le triangle équilatéral a trois angles congruents.

Dans le triangle ABC :

Si $AB = AC = BC$

Alors:

$\angle A \cong \angle B \cong \angle C$



Résultat:

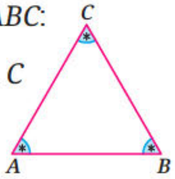
Le triangle dont les trois angles sont congruents a des côtés de longueurs égales.

Dans le triangle ABC:

Si $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$

Alors:

$AB = AC = BC$



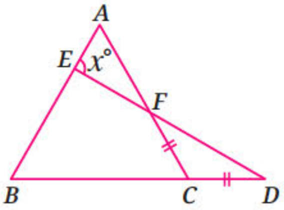
Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

ABC est un triangle équilatéral.

$\overline{AC} \cap \overline{ED} = \{F\}$ et $CF = CD$

Trouve la valeur de X



$\because \Delta ABC$ est équilatéral.

$\therefore m(\angle ACB) = m(\angle A) = m(\angle B) = 60°$

$\therefore m(\angle FCD) = 180° - 60° = 120°$

$\because \Delta FCD$ est isocèle dans lequel: $CF = CD$

$\therefore m(\angle D) = m(\angle CFD) = \frac{180° - 120°}{2} = 30°$

$\because \angle AED$ est à l'extérieur du triangle EBD

$\therefore m(\angle AED) = m(\angle B) + m(\angle D) = 60° + 30° = 90°$

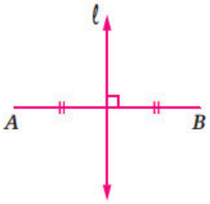
$\therefore X = 90$

L'axe de symétrie du segment

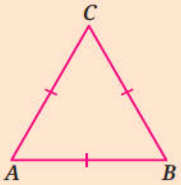
L'axe de symétrie du segment est la droite perpendiculaire passant par son milieu.

Si la droite $\ell \perp \overline{AB}$ et la droite ℓ coupe $\overline{AB}$

Alors: La droite ℓ est l'axe de symétrie de $\overline{AB}$.



■ Discute la preuve de la validité des résultats



Utilise le théorème du triangle isocèle et sa réciproque pour prouver la validité des résultats adjacents.

■ Auto-évaluation 3

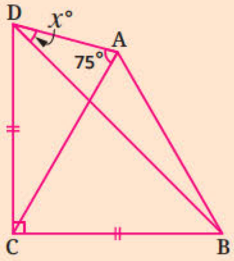
Dans la figure suivante:

ABC est un triangle équilatéral

$BC = CD$

$m(\angle DAC) = 75°$

$m(\angle DCB) = 90°$



Trouve avec la démonstartion la valeur de X.

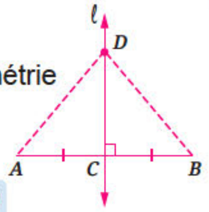
Résultats de l'axe de symétrie du segment

Résultat:

Le point appartenant à l'axe de symétrie d'un segment est équidistant de ses deux extrémités.

Si la droite ℓ est l'axe de symétrie de $\overline{AB}$ et $D \in \ell$

alors: $DA = DB$

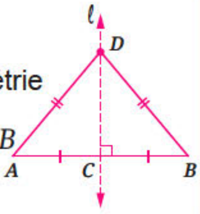


Résultat:

Le point qui est équidistant des deux extrémités d'un segment se trouve sur l'axe de symétrie de ce segment.

Si la droite ℓ est l'axe de symétrie de $\overline{AB}$ et $DA = DB$

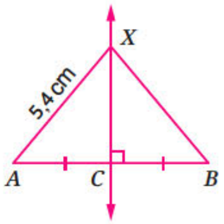
alors: $D \in \ell$



Exemple 4

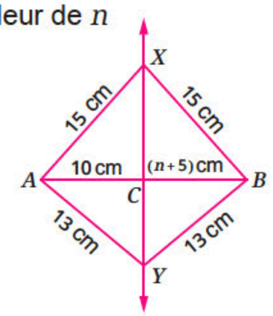
1 Dans la figure ci-contre:

Trouve la longueur de $\overline{XB}$



2 Dans la figure ci-contre:

Trouve la valeur de n



✓ **1**

$\because CA = CB$ et $\overleftrightarrow{XC} \perp \overline{AB}$

$\therefore \overleftrightarrow{XC}$ est l' axe de symétrie de $\overline{AB}$

$\because X \in \overleftrightarrow{XC}$

$\therefore XB = XA = 5{,}4$

$\therefore$ La longueur de $\overline{XB} = 5{,}4$ cm

2

$\because XA = XB = 15$

$\therefore X$ se situe sur l'axe de symétrie de $\overline{AB}$

$\because YA = YB = 13$

$\therefore Y$ se situe sur l'axe de symétrie de $\overline{AB}$

$\therefore \overleftrightarrow{XY}$ est l' axe de symétrie de $\overline{AB}$

$\therefore \overleftrightarrow{XY} \perp \overline{AB}$ et $CB = CA$

$\therefore n + 5 = 10$

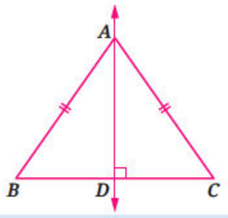
$\therefore n = 10 - 5 = 5$

L'axe de symétrie du triangle isocèle

L'axe de symétrie du triangle isocèle est une droite passant par le sommet du triangle et perpendiculaire à sa base.

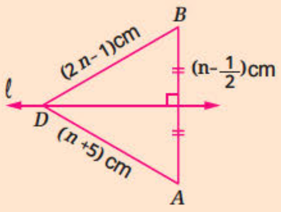
Si $AB = AC$ et $\overleftrightarrow{AD} \perp \overline{BC}$

Alors: $\overleftrightarrow{AD}$ est l'axe de symétrie du triangle ABC



■ Auto-évaluation (4)

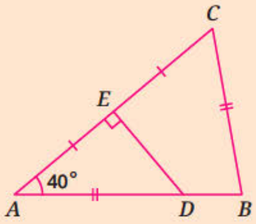
1 Dans la figure suivante:



Trouve: $m(\angle A)$

2 Dans la figure suivante:

$AE = EC$ et $AD = CB$



Trouve: $m(\angle C)$

■ Remarque que

- Le triangle isocèle a un seul axe de symétrie .
- Le triangle équilatéral a trois axes de symétrie.
- Le triangle scalène n'a pas d'axes de symétrie.

Résultats de l'axe de symétrie du triangle isocèle

Résultat:

La médiane du triangle isocèle tracée à partir du sommet est une bissectrice de l'angle au sommet et elle est perpendiculaire à la base.

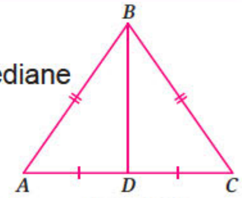
Si $AB = CB$

$\overline{BD}$ est la médiane

,alors:

① $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

② $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$



Résultat:

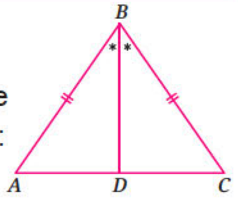
La bissectrice de l'angle au sommet dans le triangle isocèle coupe la base en son milieu et elle est perpendiculaire à celle-ci.

Si $AB = CB$

$\overrightarrow{BD}$ est la bissectrice de $\angle ABC$, alors:

① $AD = CD$

② $\overline{BD} \perp \overline{AC}$



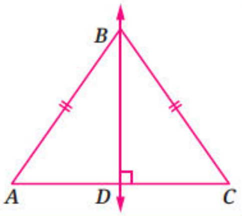
Résultat:

La ligne droite tracée au sommet du triangle isocèle perpendiculairement à la base coupe la base en son milieu et est une bissectrice au sommet.

Si $AB = CB$, $\overleftrightarrow{BD} \perp \overline{AC}$,

alors:

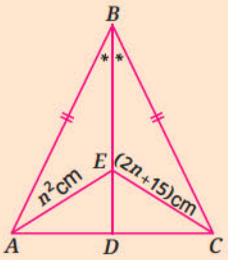
① $AD = DC$ ② $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$



■ Auto-évaluation ⑤

Dans la figure suivante:

$E \in \overline{BD}$



Trouve la valeur de n.

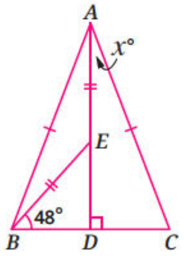
Exemple 5

Dans la figure ci-contre:

$AB = AC$, $EA = EB$ et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$m(\angle EBD) = 48°$

Trouve la valeur de x



✓ Dans le triangle EDB:

$m(\angle DEB) = 180° - (90° + 48°) = 42°$

$\because \angle DEB$ est à l'extérieur du triangle AEB et $EA = EB$.

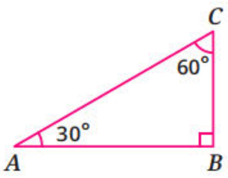
$\therefore m(\angle EAB) = m(\angle EBA) = \frac{42°}{2} = 21°$

$\because$ Le triangle ABC est isocèle et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

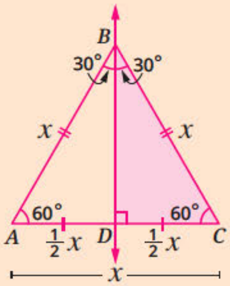
$\therefore m(\angle CAD) = m(\angle BAD) = 21°$ $\therefore x = 21$

Le triangle trente-soixante

Le triangle trente-soixante est un triangle rectangle avec deux angles aigus mesurent de 30° et 60°.



Remarque que

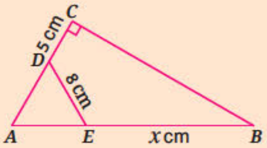


L'axe de symétrie du triangle équilatéral le divise en deux triangles congruents , chacun étant un triangle trente-soixante.

Auto-évaluation (6)

Dans la figure suivante:

Le triangle ADE est équilatéral.



Trouve la valeur de X.

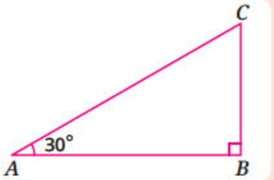
Résultat:

Dans un triangle trente-soixante, la longueur du côté opposé à l'angle qui mesure de 30° est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Si $\Delta\ ABC$ est un triangle rectangle en B et

$m(\angle A) = 30°$

alors: $BC = \frac{1}{2}AC$

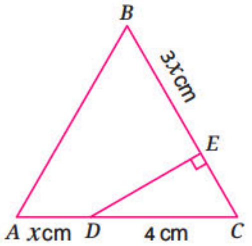


Exemple 6

Dans la figure ci-contre

Si $\Delta\ ABC$ est équilatéral

Trouve la valeur de X



$\because\ \Delta\ ABC$ est équilatéral

$\therefore m(\angle C) = 60°$

$\because m(\angle DEC) = 90°$ $\quad\therefore m(\angle EDC) = 30°$

$\therefore$ Le triangle DEC est trente-soixante

$\therefore EC = \frac{1}{2}DC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

$\because BC = AC$ $\quad\therefore 3X + 2 = X + 4$ $\quad\therefore 3X - X = 4 - 2$

$\therefore 2X = 2$ $\quad\therefore X = 1$

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

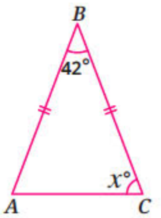
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1 Dans la figure ci-contre:

Quelle est la valeur de X?

(a) 42 (b) 21

(c) 69 (d) 84

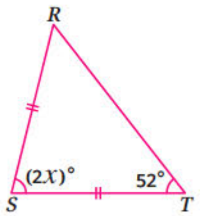


2 Dans la figure ci-contre:

Quelle est la valeur de X?

(a) 26 (b) 52

(c) 76 (d) 38

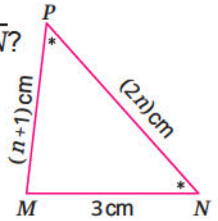


3 Dans la figure ci-contre:

Quelle est la longueur de $\overline{PN}$?

(a) 8 cm (b) 3 cm

(c) 6 cm (d) 4 cm

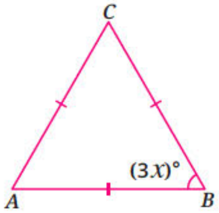


4 Dans la figure ci-contre:

Quelle est la valeur de X?

(a) 10 (b) 20

(c) 30 (d) 60



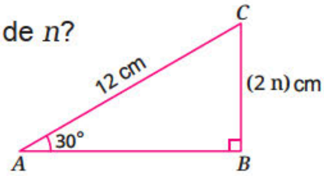
5 Si les longueurs de deux côtés d'un triangle isocèle sont 3 cm et 7 cm, quelle est la longueur du troisième côté?

(a) 3 cm (b) 4 cm
(c) 7 cm (d) 10 cm

6 **Dans la figure ci-contre:**

Quelle est la valeur de n?

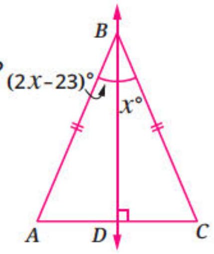
(a) 3 (b) 6
(c) 9 (d) 12



7 **Dans la figure ci-contre:**

Quelle est la mesure de $\angle C$?

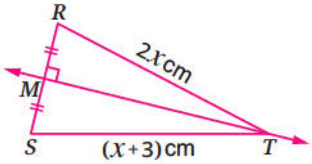
(a) 23° (b) 46°
(c) 67° (d) 60°



8 **Dans la figure ci-contre:**

Quelle est la valeur de x?

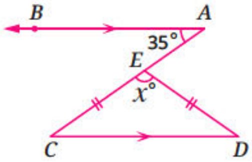
(a) 10 (b) 7
(c) 5 (d) 3



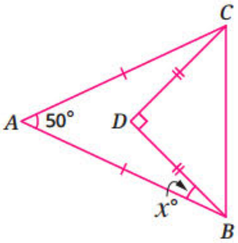
Deuxièmement **Appliquer les concepts**

▸ **Dans toutes les figures suivantes, trouve la valeur de x:**

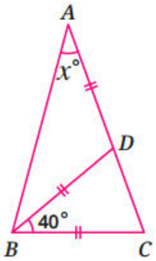
9



10



11

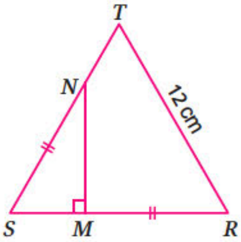


12 **Dans la figure ci-contre:**

Le triangle SRT est équilatéral et la longueur de son côté est de 12 cm.

$MR = SN$ et $\overline{NM} \perp \overline{SR}$

Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{NM}$.

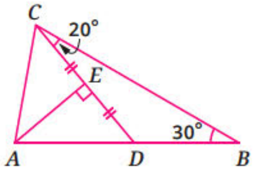


13 **Dans la figure ci-contre:**

$m(\angle B) = 30°$, $m(\angle DCB) = 20°$

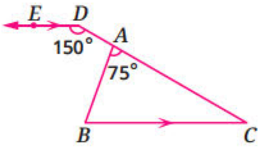
$CE = DE$ et $\overline{AE} \perp \overline{CD}$

Trouve avec la démonstration $m(\angle CAE)$

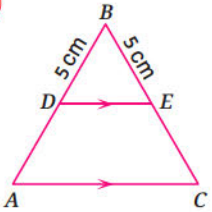


▸ **Dans chacune des figures suivantes, prouve que le triangle ABC est isocèle:**

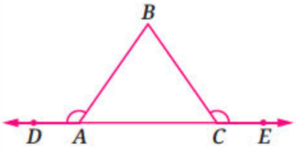
14



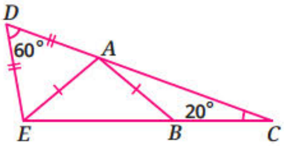
15



16



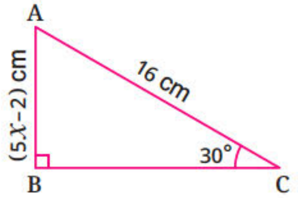
17



▸ **Réponds aux questions suivantes:**

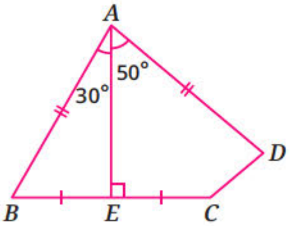
(18) **Dans la figure ci-contre:**

Trouve la valeur de X et trouve l'aire du triangle ABC



(19) **Dans la figure ci-contre:**

Trouve $m(\angle D)$



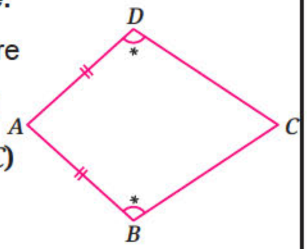
(20) **Dans la figure ci-contre:**

$ABCD$ est un quadrilatère

dans lequel $AB = AD$ et

$m(\angle ABC) = m(\angle ADC)$

Prouve que: $BC = DC$



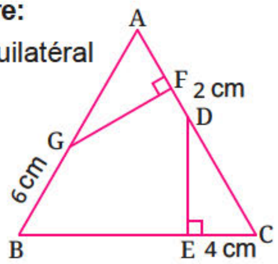
(21) **Dans la figure ci-contre:**

Le triangle ABC est équilatéral

$EC = 4$ cm, $FD = 2$ cm

et $GB = 6$ cm

Trouve avec la démonstration le périmètre de $\Delta\, ABC$



(22) **Dans la figure ci-contre:**

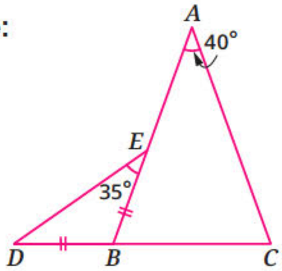
$D \in \overrightarrow{CB}$

$m(\angle DEB) = 35°$,

$m(\angle A) = 40°$

et $BE = BD$

Prouve que: $AB = AC$

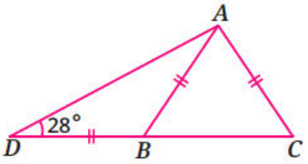


(23) **Dans la figure ci-contre:**

$B \in \overline{DC}$

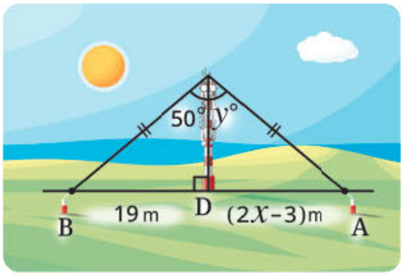
$m(\angle D) = 28°$

Trouve avec la démonstration $m(\angle CAD)$

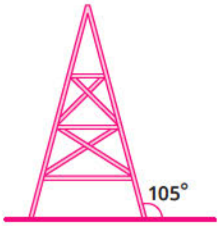


Troisièmement **L'analyse et l'intégration des disciplines**

(24) **Communications:** Une tour de communication est fixée au sol par deux câbles de longueur égale aux deux points A et B de sorte que la base de la tour D se trouve sur $\overleftrightarrow{AB}$ comme indiqué sur la figure. Quelles sont les valeurs de X et y qui rendent la tour perpendiculaire au sol?



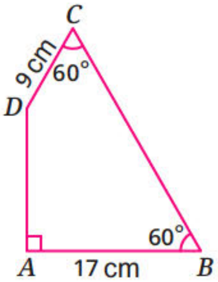
(25) **Tours d'observation:** Une tour d'observation a été construite en forme de triangle isocèle, comme indiqué sur la figure. Si l'un des côtés de la tour rencontre le sol à un angle de mesure 105°, quelle est la mesure de l'angle à son sommet?



Pensée créative

(26) **Dans la figure ci-contre:**

Trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{BC}$



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension du triangle isocèle?
Coche la case appropriée.

Leçon

3 - 6

Les angles intérieurs et extérieurs des polygones

Résultats d'apprentissage

- Connaître la formule mathématique pour calculer la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone convexe.
- Connaître la somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe.
- Connaître la formule mathématique pour calculer la mesure de l'angle intérieur d'un polygone régulier.
- Connaître la formule mathématique pour calculer le nombre de diagonales du polygone convexe.

Vocabulaire

- Polygone
- Polygone régulier
- Polygone convexe
- Angle intérieur
- Angle extérieur

Sois prêt!

Le bâtiment de l'Octagone est le nouveau siège du ministère de la Défense égyptien dans la nouvelle capitale administrative. Il est considéré comme l'un des plus grands et des plus modernes sièges de ministères de la Défense au monde. Peux-tu trouver la mesure de l'angle intérieur du polygone représenté par ce bâtiment?

Le bâtiment de l'Octagone dans la nouvelle capitale administrative

Dans cette leçon, tu apprendras à calculer la somme des mesures des angles intérieurs et extérieurs d'un polygone convexe et à calculer la mesure de l'angle d'un polygone régulier, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!

Lors de l'organisation d'une salle de conférence, l'organisateur utilise des tables identiques, chacune ayant la forme d'un trapèze isocèle. De combien de tables l'organisateur a-t-il besoin pour former un polygone régulier? Discute.

Apprends!

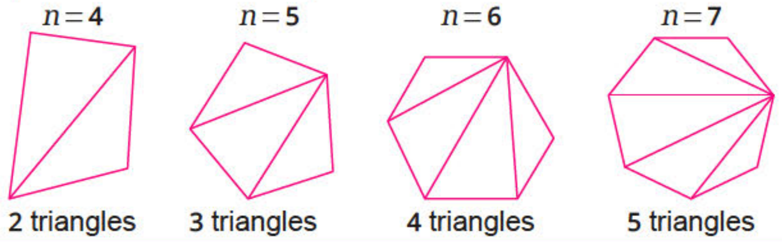
La formule mathématique de la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone convexe

La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone convexe $= (n - 2) \times 180°$, où n est le nombre de côtés du polygone.

Par exemple:

- La somme des mesures des angles intérieurs d'un pentagone convexe $= (5 - 2) \times 180° = 540°$
- La somme des mesures des angles intérieurs d'un octogone convexe $= (8 - 2) \times 180° = 1080°$

► **On peut déduire la formule précédente en observant le modèle suivant:**



- Les diagonales tracées à partir d'un des sommets du polygone divisent le polygone en un nombre de triangles $= (n-2)$ triangles.
- La somme des mesures des angles intérieurs de chaque triangle $= 180°$.
- La somme des mesures des angles intérieurs du polygone
  $= 180° \times$ le nombre de triangles
  $= (n-2) \times 180°$

Exemple 1

Dans chacun de ce qui suit , trouve le nombre de côtés d'un polygone convexe dont la somme des mesures des angles intérieurs est:

1. 720°
2. 1440°

① $(n-2) \times 180° = 720°$

$\therefore n-2 = \dfrac{720°}{180°} = 4$

$\therefore n = 4 + 2 = 6$

∴ Le nombre de côtés $= 6$ côtés

② $(n-2) \times 180° = 1440°$

$\therefore n-2 = \dfrac{1440°}{180°} = 8$

$\therefore n = 8 + 2 = 10$

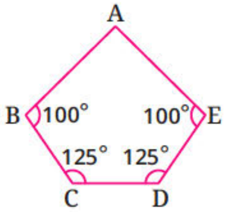
∴ Le nombre de côtés $= 10$ côtés

Exemple 2

Menuiserie: Un menuisier fabrique une armoire en bois pour la placer dans l'un des coins d'une pièce de forme rectangulaire. Si le menuisier fabrique l'armoire avec les angles indiqués sur la figure, est-elle adaptée ou non?

Pour que l'armoire soit adaptée,
il faut que $m(\angle A) = 90°$

► Calcule la somme des mesures des angles intérieurs du pentagone comme suit:



$(n-2) \times 180° = (5-2) \times 180° = 540°$

$\therefore m(\angle A) + 100° + 125° + 125° + 100° = 540°$

$\therefore m(\angle A) = 540° - 450° = 90°$

∴ L'armoire est adaptée pour être placée dans l'un des coins de la pièce.

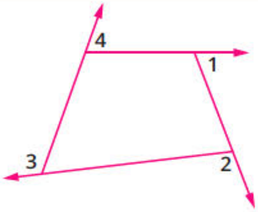
La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe

Règle

La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe (un angle à chaque sommet) est égale à 360°.

Dans la figure ci-contre:

$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) + m(\angle 4) = 360°$

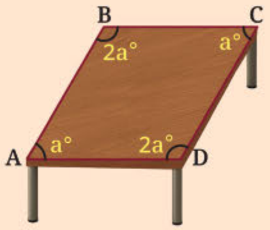


■ Auto-évaluation ①

Quel est le nombre de côtés d'un polygone convexe dont la somme des mesures des angles intérieurs est égale à 1260°?

■ Auto-évaluation ②

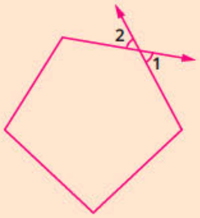
Dans la figure suivante:
Une table à manger dont le plateau est en forme de parallélogramme.



Trouve: $m(\angle D)$

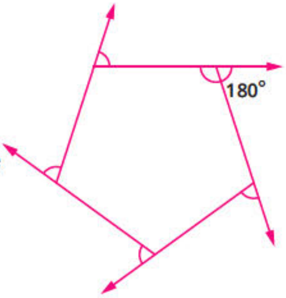
■ Remarque que

Pour n'importe quel polygone convexe ,il y a deux angles extérieurs à chacun de ses sommets, comme dans la figure.



Ces deux angles sont opposés par le sommet, ils sont donc égaux en mesure.

On peut déduire la règle précédente en observant que pour n'importe quel polygone convexe, le nombre de ses côtés est égal à n.



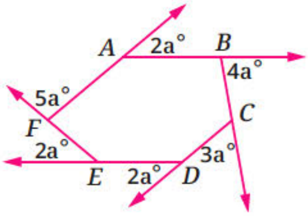
- À chaque sommet, il y a une paire d'angles, l'un est extérieur et l'autre est intérieur, dont la somme est de 180°.
- La somme des mesures des paires d' angles à tous les sommets du polygone $= 180^\circ\, n$
- La somme des mesures des angles extérieurs (un à chaque sommet) est:

$180^\circ\, n - (n-2) \times 180^\circ = 180^\circ\, n - (180^\circ\, n - 360^\circ) = 360^\circ$

Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

Trouve: **1** La valeur de a **2** $m\,(\angle\, BCD)$



$\because$ La somme des mesures des angles extérieurs du polygone convexe $= 360^\circ$

$\therefore 2\,a^\circ + 4\,a^\circ + 3\,a^\circ + 2\,a^\circ + 2\,a^\circ + 5\,a^\circ = 360^\circ$

$\therefore 18\,a = 360$ $\therefore a = \frac{360}{18} = 20$ (Requis 1)

$\therefore$ La mesure de l'angle extérieur au sommet $C = 3 \times 20^\circ = 60^\circ$

$\therefore m\,(\angle\, BCD) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (Requis 2)

La formule mathématique pour mesurer l'angle du polygone régulier

Dans un polygone régulier dont le nombre de côtés est n côtés, on a:

- La mesure de l'angle intérieur $= \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$
- La mesure de l'angle extérieur à l'un de ses sommets $= \frac{360^\circ}{n}$

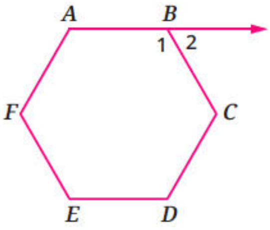
Exemple:

La figure ci-contre est un hexagone régulier.

- $m\,(\angle\, 1) = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

$= \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$

- $m\,(\angle\, 2) = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

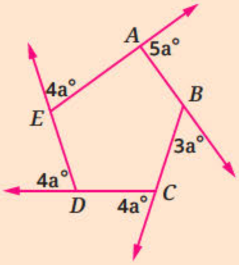


Réfléchis et discute

Discute la validité de la phrase suivante:
La somme des mesures des angles extérieurs (un à chaque sommet) des deux polygones , l'hexagone convexe et le dodécagone convexe ,est égale.

Auto-évaluation 3

Dans la figure suivante:



Trouve: $m\,(\angle\, BCD)$

Rappelle-toi que

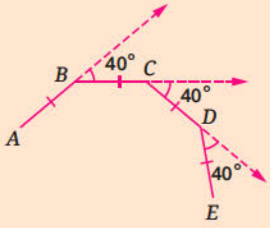
Le polygone régulier est un polygone qui possède les deux propriétés suivantes:
1. Tous ses côtés sont de longueur égale.
2. Tous ses angles intérieurs sont de mesure égale.

Réfléchis et discute

Discute la validité des deux phrases suivantes:
1. La mesure de l'angle intérieur d'un polygone régulier à 9 côtés est égale à 140°.
2. La mesure de l'angle extérieur d'un pentagone régulier à l'un de ses sommets $= 108^\circ$

Auto-évaluation (4)

Dans la figure suivante:



Quel est le nombre de côtés du polygone régulier lorsqu'on complète son dessin selon le même motif?

Exemple (4)

Trouve le nombre de côtés du polygone régulier dans chacun de ce qui suit:

1. Si la mesure de l'un de ses angles intérieurs = 150°
2. Si la mesure de l'un de ses angles extérieurs = 24°

(1) $\because$ Le polygone est régulier et la mesure de l'un de ses angles intérieurs = 150°

$\therefore \frac{(n-2)\times 180°}{n} = 150°$

$\therefore 180°\,n - 360° = 150°\,n$ $\qquad$ $\therefore 180°\,n - 150°\,n = 360°$

$\therefore 30°\,n = 360°$ $\qquad$ $\therefore n = \frac{360°}{30°} = 12$

$\therefore$ Le nombre de côtés du polygone = 12 côtés.

(2) $\because$ Le polygone est régulier et la mesure de l'un de ses angles extérieurs = 24°

$\therefore \frac{360°}{n} = 24°$ $\qquad$ $\therefore 24°\,n = 360°$ $\qquad$ $\therefore n = \frac{360°}{24°} = 15$

$\therefore$ Le nombre de côtés du polygone = 15 côtés.

La formule mathématique pour le nombre de diagonales d'un polygone convexe

Le nombre de diagonales d'un polygone convexe dont le nombre de côtés est n côtés est égal à $\frac{n\,(n-3)}{2}$

Auto-évaluation (5)

Trouve chacun de ce qui suit:

1. Le nombre de diagonales du pentagone convexe.
2. Le nombre de côtés d'un polygone convexe ayant 27 diagonales

Exemple (5)

1. Trouve le nombre de diagonales de l'octogone convexe.
2. Trouve le nombre de côtés d'un polygone convexe dont le nombre de diagonales est égal à 35 diagonales.

(1) Le nombre de diagonales de l'octogone convexe $= \frac{n\,(n-3)}{2}$

$= \frac{8\,(8-3)}{2}$

$= 20$ diagonales.

(2) $\because$ Le nombre de diagonales = 35

$\therefore \frac{n\,(n-3)}{2} = 35$ $\qquad$ $\therefore n\,(n-3) = 70$

$\therefore n^2 - 3\,n - 70 = 0$

$\therefore (n+7)\,(n-10) = 0$

$\therefore$ Soit $n + 7 = 0$ $\qquad$ et donc $n = -7$ $\qquad$ (rejeté)

Ou $n - 10 = 0$ $\qquad$ et donc $\boxed{n = 10}$

$\therefore$ Le nombre de côtés = 10 côtés.

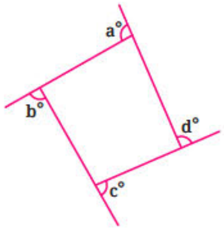
Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

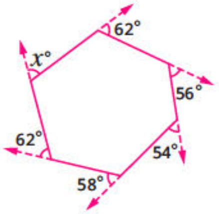
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1) Quelle est la somme des mesures des angles intérieurs de l'hexagone convexe?
(a) 900° (b) 720°
(c) 540° (d) 360°

2) Dans la figure ci-contre:
Quelle est la valeur de $a + b + c + d$?
(a) 180 (b) 360
(c) 540 (d) 720



3) **Dans la figure ci-contre:**
Quelle est la valeur de x?
(a) 58 (b) 62
(c) 68 (d) 72



4) Quelle est la mesure de l'angle intérieur d'un polygone régulier à 18 côtés?
(a) 135° (b) 144°
(c) 150° (d) 160°

5) Quel est le nombre de côtés du polygone convexe dont la somme des mesures des angles intérieurs est égale à 2340°?
(a) 12 (b) 13 (c) 14 (d) 15

6) Quel est le nombre de côtés du polygone régulier dont la mesure de l'un de ses angles intérieurs est 144°?
(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 14

7) Quel est le nombre de côtés du polygone régulier dont la mesure de l'un de ses angles extérieurs est 20°?
(a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 18

8) Quel est le nombre de diagonales de l'heptagone convexe?
(a) 7 (b) 11 (c) 13 (d) 14

▸ **Découvre l'erreur:**

9) Amal et Samar ont trouvé la mesure de l'angle extérieur d'un pentagone régulier. Laquelle des deux sa solution est correcte? Et pourquoi ?

La solution d'Amal:

$(n - 2)\ 180° = (5 - 2)\ 180°$

$= 3 \times 180° = 540°$

La mesure de l'angle extérieur E

$E = \frac{540°}{5} = 108°$

La solution de Samar:

Il y a 10 angles extérieurs dans un pentagone.

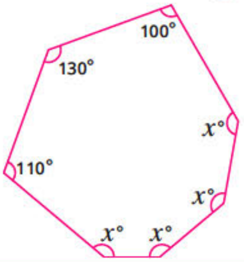
La mesure de l'angle extérieur E

$E = \frac{360°}{10} = 36°$

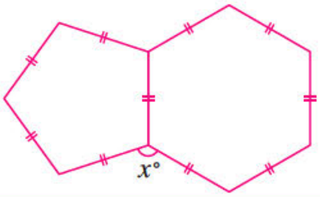
Deuxièmement **Appliquer les concepts**

▸ **Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur de x :**

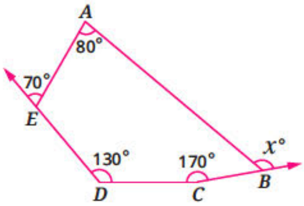
10)



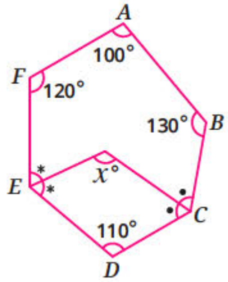
11)



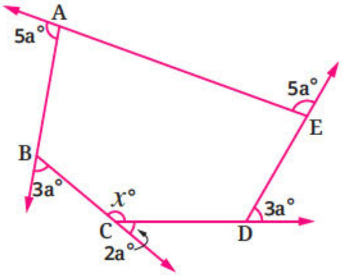
12)



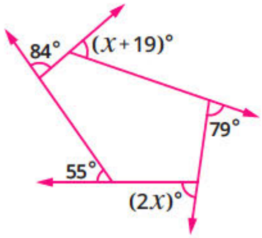
13



14



15



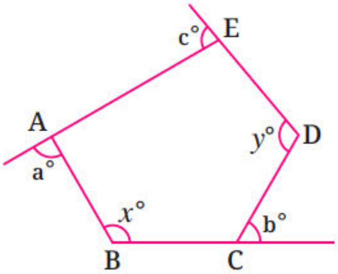
16 **Trouve chacun de ce qui suit:**

1. Le nombre de côtés d'un polygone convexe dont la somme des mesures des angles intérieurs est de 2700°, ainsi que le nombre de ses diagonales.
2. Le nombre de côtés du polygone convexe qui a 9 diagonales.
3. Le nombre de côtés du polygone régulier dont la mesure de son angle intérieur mesure156°, ainsi que le nombre de ses diagonales.

17 **Dans la figure ci-contre:**

$x + y = 230$

Trouve avec la démonstration la valeur de: $a + b + c$



Troisièmement **L'analyse et l'intégration des disciplines**

18 **Monnaies égyptiennes anciennes:**

Trouve la mesure de l'angle intérieur de chacun des deux polygones réguliers suivants:

Pensée créative

19 Si le nombre de côtés d'un polygone régulier augmente de deux côtés, alors la mesure de l'angle extérieur diminue de 9°.

Quel est le nombre de côtés du polygone?

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des angles intérieurs et extérieurs des polygones?
Coche la case appropriée.

Évaluation de l'unité 3

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 3? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

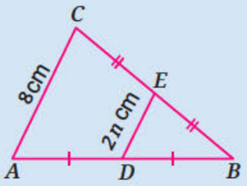
▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① **Dans la figure ci-contre:**

Quelle est la valeur de n?

(a) 2 (b) 4

(c) 6 (d) 8

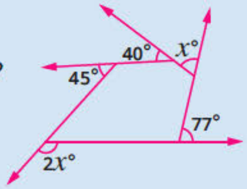


② **Dans la figure ci-contre:**

Quelle est la valeur de X?

(a) 77 (b) 45

(c) 55 (d) 66



③ Dans la figure ci-contre:

Q et N sont les milieux de $\overline{SR}$ et $\overline{TR}$ respectivement, $ST = 9$ cm , $TR = 12$ cm et $m(\angle STR) = 90°$.

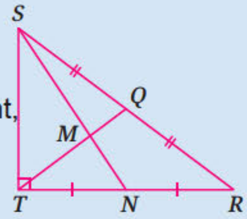
Alors quelle est la longueur de $\overline{MT}$?

(a) 2,5 cm

(b) 5 cm

(c) 7,5 cm

(d) 15 cm



④ **Dans la figure ci-contre:**

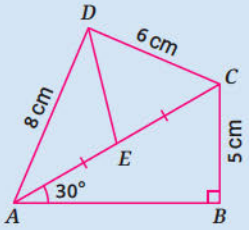
Quelle est la longueur de $\overline{DE}$?

(a) 6 cm

(b) 8 cm

(c) 10 cm

(d) 5 cm



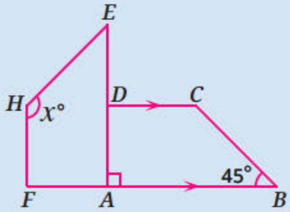
▸ **Complète chacun de ce qui suit par la réponse correcte:**

⑤ Le nombre de côtés du polygone convexe qui a 20 diagonales est ....

⑥ La nature du triangle dont les côtés mesurent 6 cm, 7 cm, et 8 cm par rapport à ses angles est ....

⑦ **Dans la figure ci-contre:**

Si le polygone $AEHF$ est une image du polygone $ABCD$ après une rotation, alors X = ...



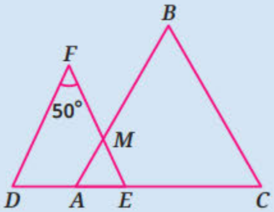
⑧ **Dans la figure ci-contre:**

$\Delta\, ABC$ est un triangle équilatéral,

$\Delta\, DEF$ est un triangle isocèle dans lequel:

$FD = FE$ et $m(\angle F) = 50°$

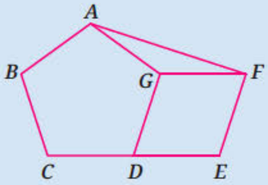
alors: $m(\angle AME) =$ ....



▸ **Réponds aux questions suivantes:**

⑨ **Dans la figure ci-contre:**

$ABCDG$ est un pentagone régulier et $GDEF$ est un losange. Trouve la mesure de $\angle FAG$



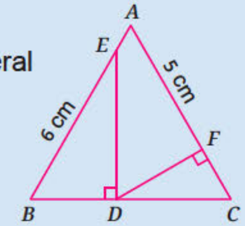
⑩ **Dans la figure ci-contre:**

ABC est un triangle équilatéral

$\overline{DF} \perp \overline{AC}$, $\overline{ED} \perp \overline{BC}$

$AF = 5$ cm et $BE = 6$ cm.

Trouve la longueur de $\overline{FC}$ avec la démonstration.



⑪ **Dans la figure ci-contre:**

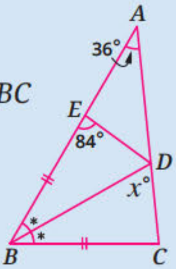
$BC = BE$

$\overrightarrow{BD}$ est la bissectrice de $\angle ABC$

① Prouve que:

$\Delta BCD \cong \Delta BED$

② Trouve la valeur de x

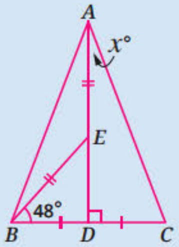


⑫ **Dans la figure ci-contre:**

$BD = CD$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$m(\angle EBD) = 48°$ et $AE = BE$

Trouve avec la démonstration la valeur de x.



Activité de l'unité 3 Le théorème de Pythagore

▸ **L'objectif de l'activité:**

Prouver pratiquement la validité du théorème de Pythagore.

▸ **Les étapes de l'activité:**

De nombreuses vidéos sont disponibles sur YouTube qui démontrent la validité du théorème de Pythagore de manière pratique.
Collabore avec deux de tes amis et essaie de faire ce qui suit:

1. Recherche les différentes méthodes pratiques pour prouver la validité du théorème de Pythagore.
2. Choisis seulement deux méthodes et compare-les en termes de (méthode utilisée, matériaux employés et niveau de précision) ou de tout autre élément de comparaison défini par l'équipe.
3. Choisis l'une de ces deux méthodes (la plus simple) et essaie de la mettre en œuvre en collaboration avec tes amis

UNITÉ **4**

Les statistiques

Leçons de l'unité

4-1 Le tableau des effectifs cumulés croissants et sa représentation graphique

4-2 Les mesures de la tendance centrale du tableau des données par intervalles

Les algorithmes d'apprentissage des mécanismes d'intelligence artificielle sont utilisés dans des méthodes statistiques telles que l'analyse de régression et la distribution normale pour analyser les performances des élèves et proposer des parcours éducatifs adaptés pour eux.

▶ Est-il possible de développer des algorithmes des mécanismes d'intelligence artificielle pour résoudre les problèmes statistiques complexes?

Les enjeux et les compétences de la vie
- Les technologies de l'information
- La prise de décision
- La pensée créative
- La prévision

Les valeurs
- La responsabilité
- La rationalisation des dépenses
- L'équité dans la répartition
- Le respect des autres

Leçon

4 - 1 Le tableau des effectifs cumulés croissants et sa représentation graphique

Résultats d'apprentissage

- Dresser un tableau des effectifs cumulés croissants pour un tableau des données par intervalles.
- Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants.

Vocabulaire

- Tableau des données par intervalles
- Tableau des effectifs cumulés croissants
- Courbe des effectifs cumulés croissants

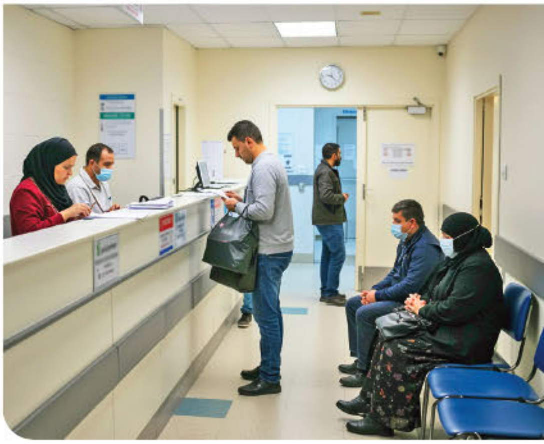
Information précédente

Si la quantité de données est importante, elles sont organisées en groupes ou en intervalles égaux, à partir desquels on dresse un tableau des données par intervalles , qui peut être représenté graphiquement par un histogramme .

Sois prêt!

L'administration de l'un des hôpitaux a enregistré les temps d'attente de 200 patients en minutes afin d'améliorer le tableau des horaires en fonction des périodes les plus chargées.

Temps d'attente (minute)	0 –	10 –	20 –	30 –	40 –
Nombre de patients	30	50	70	40	10



Peux-tu calculer le pourcentage du nombre de patients qui ont attendu moins d'une demi-heure?

Dans cette leçon, tu apprendras à dresser un tableau des effectifs cumulés croissants , ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!

Si le nombre de pages dans 50 livres à la bibliothèque de l'école comme suit:

57	10	50	44	21	49	61	31	21	48
46	30	11	48	51	48	57	49	31	72
61	28	39	52	24	47	38	20	23	47
69	49	41	31	67	41	17	52	63	19
58	49	37	43	52	22	59	45	31	35

Peux-tu dresser un tableau des données par intervalles en utilisant les intervalles (10 – ; 20 – ; 30 – ; ...)?

Apprends!

Tu as déjà appris comment organiser les données en groupes ou en intervalles égaux et les écrire dans le tableau des données par intervalles.

Par exemple, si le diagramme à tige et à feuilles ci-contre indique les notes de 28 élèves de deuxième préparatoire en sciences, tu peux dresser un tableau des données par intervalles en utilisant des intervalles égaux tels que 10 – ; 20 – ; ...
Alors, le tableau sera comme suit:

Tiges	Feuilles
1	3 8
2	4 4 6 6 7 7 8 8 8 9
3	0 2 4 5 5 5 7 9 9
4	1 4 4 7 8
5	2 5
La clé	3 | 0 signifie 30 points

Notes	10 –	20 –	30 –	40 –	50 –
Effectif	2	10	9	5	2

▸ **On peut obtenir certaines informations à partir du tableau directement , telles que:**

- Le nombre d'étudiants ayant obtenu une note appartenant à l'intervalle [20 ; 30[est égal à 10 étudiants.
- Le nombre d'étudiants ayant obtenu une note appartenant à l'intervalle [40 ; 50[est égal à 5 étudiants.

▸ **Mais tu ne peux pas obtenir certaines autres informations de manière directe à partir du tableau, telles que:**

- Le nombre d'étudiants ayant obtenu une note inférieure à 30 points.
- Le nombre d'étudiants ayant obtenu 20 points ou plus.

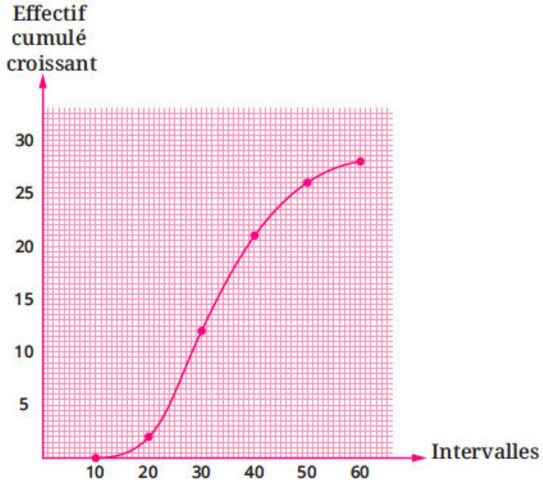
Pour obtenir ces informations directement, tu dois apprendre à dresser un tableau des effectifs cumulés croissants comme suit:

Notes	Effectif	
10 –	2	→ 2 (inférieure à 20)
20 –	10	→ 2 + 10 = 12 (inférieure à 30)
30 –	9	→ 12 + 9 = 21 (inférieure à 40)
40 –	5	→ 21 + 5 = 26 (inférieure à 50)
50 –	2	→ 26 + 2 = 28 (inférieure à 60)

Écris ces données dans le tableau suivant et qui est représenté graphiquement comme suit:

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 10	0
inférieure à 20	2
inférieure à 30	12
inférieure à 40	21
inférieure à 50	26
inférieure à 60	28

«Le tableau des effectifs cumulés croissants»



«Courbe des effectifs cumulés croissants»

▸ **À partir du tableau, remarque que:**

- Le nombre d'étudiants ayant obtenu une note inférieure à 30 points = 12 étudiants.
- Le nombre d'étudiants ayant obtenu 20 points ou plus est égal à:

  Le nombre (2) soustrait du nombre total (28) = 26 étudiants.

■ Remarque que

Il n'y a aucun étudiant dont la note inférieure à 10, ce qui signifie que:

L'effectif cumulé croissant des étudiants ayant obtenu une note inférieure à 10 points est de 0.

Exemple 1

Le tableau des effectifs ci-contre indique les meilleurs résultats obtenus par 100 nageurs dans une course de distance de 50 mètres.

Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement, puis trouve:

Intervalles en secondes	Effectif
25 –	5
30 –	17
35 –	34
40 –	29
45 –	15

1. Le nombre de nageurs ayant obtenu des résultats inférieurs à 40 secondes.
2. Le nombre de nageurs ayant obtenu des résultats de 35 secondes ou plus.
3. Le pourcentage de nombres de nageurs ayant obtenu des résultats inférieurs à 45 secondes.

✓

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 25	0
inférieure à 30	5
inférieure à 35	22
inférieure à 40	56
inférieure à 45	85
inférieure à 50	100

(1) Le nombre de nageurs ayant obtenu des résultats inférieurs à 40 secondes est: 56 nageurs.

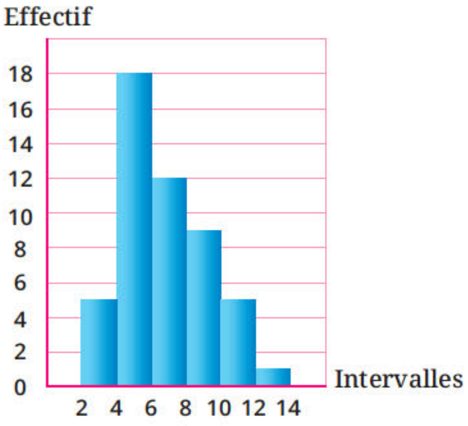
(2) Le nombre de nageurs ayant obtenu des résultats de 35 secondes ou plus est: $100 - 22 = 78$

(3) Le pourcentage du nombre de nageurs ayant obtenu des résultats inférieurs à 45 secondes est:

$$\frac{85}{100} \times 100\% = 85\%$$

Exemple 2

Si l'histogramme ci-contre indique les masses de 50 pièces d'un produit mises en vente sur Internet. Dresse le tableau des données par intervalles et le tableau des effectifs cumulés croissants, et représente-le graphiquement.



Auto-évaluation (1)

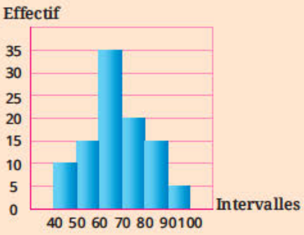
Le tableau suivant indique la masse de 20 boîtes en kilogrammes.

Intervalles (kg)	Effectif
45 –	2
50 –	3
55 –	3
60 –	6
65 –	4
70 –	2

Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement.

Auto-évaluation (2)

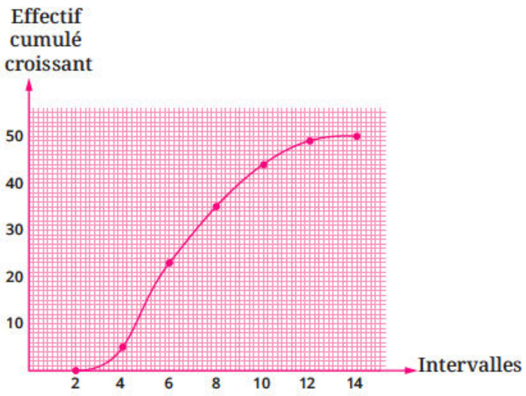
Si l'histogramme suivant indique les longueurs de 100 poissons pêchés dans l'un des concours de pêche, mesurées au centimètre près.



Dresse le tableau des données par inetrvalles, le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement.

Intervalles	2 –	4 –	6 –	8 –	10 –	12 –
Effectif	5	18	12	9	5	1

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 2	0
inférieure à 4	5
inférieure à 6	23
inférieure à 8	35
inférieure à 10	44
inférieure à 12	49
inférieure à 14	50

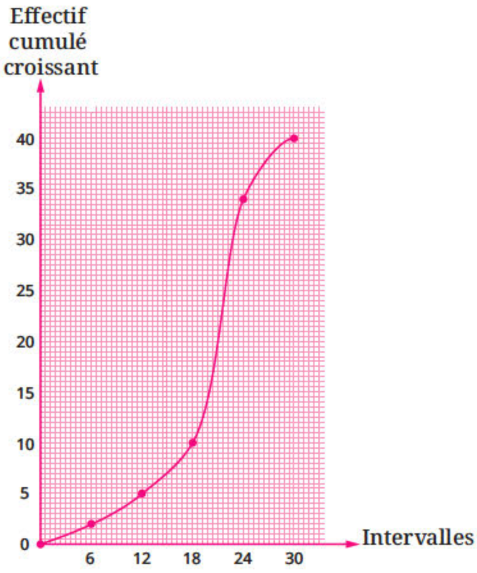


Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

La figure ci-contre représente la courbe des effectifs cumulés croissants des notes des élèves d'une classe composée de 40 élèves dans l'un des examens.



1. Combien d'élèves ont obtenu une note inférieure à 12 points?
   (a) 5 (b) 10
   (c) 20 (d) 40
2. Combien d'élèves ont obtenu 18 points ou plus?
   (a) 20 (b) 30
   (c) 35 (d) 40
3. Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note inférieure à 6 points?
   (a) 5 % (b) 10 %
   (c) 15 % (d) 20 %

Deuxièmement **Appliquer les concepts**

④ La direction de l'une des usines a étudié le temps nécessaire aux employés pour atteindre l'usine afin de déterminer les moyens de transport les plus appropriés , pour préserver le temps des employés et du travail.

Intervalles (le temps en minutes)	Effectif (le nombre d'employés)
0 –	6
20 –	39
40 –	31
60 –	14
80 –	6
100 –	4

Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement.

⑤ Le tableau suivant indique le temps de livraison des commandes en secondes pour un restaurant fast-food.

Intervalles (le temps en secondes)	Effectif (le nombre de repas)
75 –	11
120 –	24
165 –	10
210 –	3
255 –	2

Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement.

⑥ Le tableau suivant indique le nombre de maisons ayant différentes aires (mesurées en mètres carrés).

Intervalles (m^2)	100 –	150 –	200 –	250 –	300 –	350 –
Effectif	5	23	27	21	9	5

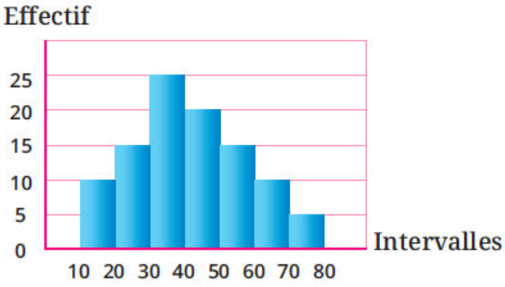
① Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement.

② Trouve le nombre de maisons dont l'aire est inférieure à 300 mètres carrés.

③ Trouve le nombre de maisons dont l'aire est de 150 mètres carrés ou plus.

④ Trouve le pourcentage de maisons dont l'aire est de 250 mètres carrés ou plus.

⑦ À partir de l'histogramme ci-contre, dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement.



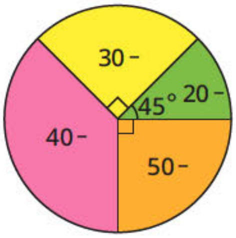
8 Le tableau ci-contre indique la distribution des effectifs cumulés croissants des notes obtenues par 100 élèves de deuxième préparatoire en mathématiques.

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 5	0
inférieure à 10	10
inférieure à 15	36
inférieure à 20	61
inférieure à 25	79
inférieure à 30	89
inférieure à 35	95
inférieure à 40	100

1. Combien d'élèves ont obtenu une note inférieure à 25 points?
2. Combien d'élèves ont obtenu 30 points ou plus?
3. Dresse le tableau des données par intervalles .

Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

9 **Tourisme:** Le diagramme en secteurs circulaires ci-contre indique le nombre de touristes dans la région de Khan al-Khalili au cours d'une journée, selon leur âge en années (20 – ; 30 – ; ...). Si le nombre total de touristes est de 600 touristes, dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement.



10 **Achat:** Un questionnaire a été mené auprès de 40 personnes ayant acheté une tablette afin de connaître la taille de l'écran de leur appareil en pouces. Le tableau ci-contre résume les résultats de ce questionnaire.

Taille (pouces)	Effectif
7 –	5
8 –	6
9 –	9
10 –	16
11 –	3
12 –	1

Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement, puis réponds aux questions suivantes:

1. Combien de tablettes ont les tailles suivantes:
   de 7 d'inférieure à 8 pouces?
   inférieure à 11 pouces?
   9 pouces ou plus?
2. Quel est le pourcentage de tablettes ayant les tailles suivantes:
   de 10 d'inférieure à 11 pouces?
   inférieure à 9 pouces?

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension du tableau des effectis cumulés croissants et sa représentation graphique? Coche la case appropriée.

☐ ☐ ☐ ☐

Leçon

4 - 2

Les mesures de la tendance centrale du tableau des données par intervalles

■ Résultats d'apprentissage

- Déterminer la moyenne arithmétique du tableau des données par intervalles.
- Déterminer la médiane du tableau des données par intervalles.
- Déterminer le mode du tableau des données par intervalles.
- Lire et interpréter des tableaux et des graphiques d'effectifs d'une population.

■ Vocabulaire

- La moyenne arithmétique $(\overline{X})$
- Le mode
- La médiane (Q_2)

■ Information précédente

Les mesures de la tendance centrale sont les valeurs qui décrivent le centre d'un ensemble de données, telles que la moyenne arithmétique, la médiane et le mode, où:

- La moyenne arithmétique $= \dfrac{\text{La somme des valeurs}}{\text{leur nombre}}$
- La médiane est la valeur qui se trouve au centre des valeurs après les avoir ordonnées.
- Le mode est la valeur la plus fréquente (la plus répétée).

Sois prêt!

En regardant les tailles des étudiants dans le tableau suivant:

Taille (cm)	Nombre d'étudiants
155 –	5
160 –	10
165 –	25
170 –	6
175 –	4

Peux-tu estimer la taille moyenne des étudiants?

Dans cette leçon, tu apprendras à trouver les mesures de la tendance centrale (la moyenne arithmétique- la médiane-le mode) pour le tableau des données par intervalles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!

Le tableau des effectifs ci-contre indique le nombre d'heures que 50 garçons et filles passent pendant le week-end à utiliser Internet et les réseaux sociaux.

Heures de suivi	10	12	16
Nombre de suiveurs	15	17	18

Peux-tu calculer la moyenne arithmétique, la médiane et le mode du nombre d'heures passées à utiliser Internet et les réseaux sociaux? Discute.

Apprends!

1 La moyenne arithmétique d'une distribution de données par intervallles

Tu peux estimer la moyenne arithmétique d'une distribution de données par intervalles en utilisant la formule mathématique suivante:

$$\text{La moyenne arithmétique } (\overline{X}) = \frac{\Sigma\,(f.X_m)}{\Sigma f}$$

où Σf est la somme des effectifs

X_m est le centre de l'intervalle et est égal à

$$\frac{\text{La borne inférieure de l'intervalle + Sa borne supérieure}}{2}$$

$\Sigma\,(f.X_m)$ est la somme des produits du centre de chaque intervalle X_m par l'effectif correspondant f

■ Auto-évaluation (1)

Le tableau des effectifs suivant indique les longueurs d'un échantillon de plantes dans une pépinière.

Intervalles (mm)	Effectif
300 –	3
320 –	18
340 –	47
360 –	32
380 –	14
400 –	6

Estime la moyenne arithmétique des longueurs des plantes.

■ Remarque que

Les longueurs des intervalles sont égales.
Dans l'exemple (1) la longueur de chaque intervalle $= 10$

∵ Le premier intervalle (80 – 90)

∴ Le centre du premier intervalle $= \frac{80+90}{2} = 85$

∵ Le deuxième intervalle (90 – 100)

∴ Le centre du deuxième intervalle $= \frac{90+100}{2} = 95$

Et ainsi de suite....

∵ Le dernier intervalle (120 – 130)

∴ Le centre du dernier intervalle $= \frac{120+130}{2} = 125$

Puis on dresse le tableau ci-contre.

■ Auto-évaluation (2)

Le nombre de patients consultant dans l'une des cliniques dans l'un des hôpitaux pendant plusieurs jours a été enregistré comme suit:

Nombre de patients	Effectif
10 –	16
20 –	15
30 –	m
40 –	10
50 –	3
60 –	2

Si la moyenne du nombre de patients par jour est de 30 patients , trouve la valeur de m.

Exemple 1

En mesurant la vitesse des voitures circulant sur l'une des autoroutes, la direction de la circulation a relevé les données suivantes après avoir observé la vitesse de 100 voitures au cours d'une journée.

Vitesse (km/h)	Effectif
80 –	13
90 –	17
100 –	24
110 –	32
120 –	14

Estime la moyenne arithmétique des vitesses des voitures circulant ce jour-là.

Intervalles	Effectif (f)	Centres des intervalles (x_m)	$f.x_m$
80 –	13	85	1105
90 –	17	95	1615
100 –	24	105	2520
110 –	32	115	3680
120 –	14	125	1750
Total	100		10670

$$\overline{x} = \frac{\Sigma(f.x_m)}{\Sigma f} = \frac{10670}{100} = 106{,}7$$

∴ La moyenne arithmétique des vitesses des voitures circulant $= 106{,}7$ km/h

Exemple 2

Le tableau ci-contre montre le nombre de points marqués par une équipe de la Premier League lors des matchs de basket-ball.
Si la moyenne des points de l'équipe est de 90 points, trouve la valeur de k.

Nombre de points	Effectif
60 –	1
70 –	5
80 –	k
90 –	10
100 –	6

Intervalles	Effectif (f)	Centres des intervalles (x_m)	$f.x_m$
60 –	1	65	65
70 –	5	75	375
80 –	k	85	85 k
90 –	10	95	950
100 –	6	105	630
Total	$22+k$		$2020+85\,k$

$$\because \overline{x} = \frac{\Sigma\,(f.x_m)}{\Sigma f} = \frac{2020+85\,k}{22+k} = 90$$

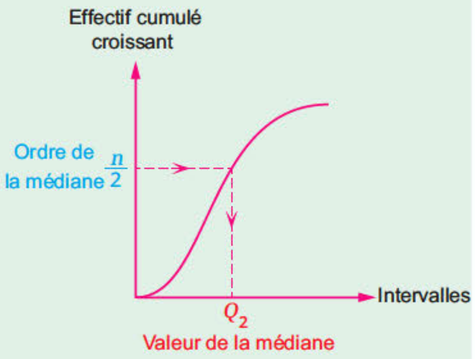
$\therefore 90\,(22+k) = 2020 + 85\,k$ $\quad\therefore 1980 + 90\,k = 2020 + 85\,k$

$\therefore 90\,k - 85\,k = 2020 - 1980$ $\quad\therefore 5\,k = 40$ $\quad\therefore k = 8$

2 La médiane d'une distribution de données par intervalles

La médiane peut être estimée à partir de la courbe des effectifs cumulés croissants comme suit:

- Détermine l'ordre de la médiane $(\frac{n}{2})$ où n est la somme des effectifs sur l'axe vertical.
- Lorsque tu ordonnes la médiane, trace une ligne horizontale qui coupe la courbe cumulative croissante en un point, la valeur de la médiane (Q_2) est alors la projection de ce point sur l'axe horizontal.



Exemple 3

À partir des données du tableau des effectifs suivant:

Intervalles	0 –	6 –	12 –	18 –	24 –
Effectif	6	8	12	10	4

Trace la courbe des effectifs cumulés croissants et estime la valeur de la médiane.

■ Auto-évaluation 3

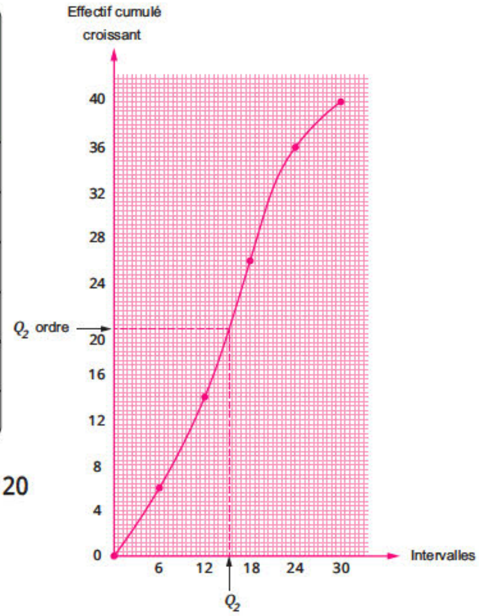
Le tableau suivant indique la distribution des notes obtenues par 60 élèves à un examen de mathématiques.

Notes	Effectif
5 –	2
10 –	5
15 –	14
20 –	20
25 –	k
30 –	5
35 –	1
Total	60

Trouve la valeur de k, puis trace la courbe des effectifs cumulés croissants et estime la valeur de la moyenne.

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 0	0
inférieure à 6	6
inférieure à 12	14
inférieure à 18	26
inférieure à 24	36
inférieure à 30	40

- L'ordre de la médiane $= \frac{40}{2} = 20$
- La médiane $(Q_2) = 15$



■ **Remarque que**

On peut trouver la valeur de la médiane (Q_2) à partir du tableau des effectifs cumulés croissants comme suit:

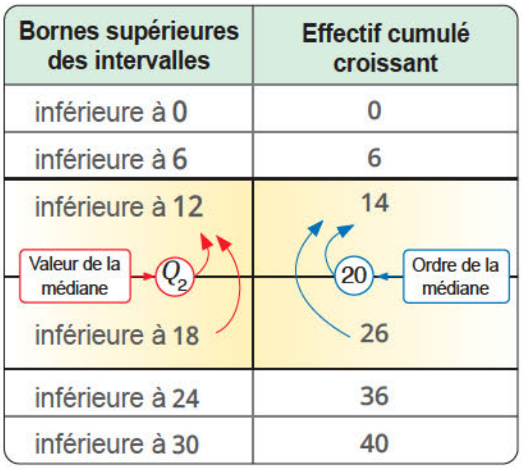
L'ordre de la médiane = 20

$$\therefore \frac{Q_2 - 12}{18 - 12} = \frac{20 - 14}{26 - 14}$$

$$\therefore \frac{Q_2 - 12}{6} = \frac{6}{12}$$

$$\therefore Q_2 - 12 = \frac{6 \times 6}{12} = 3$$

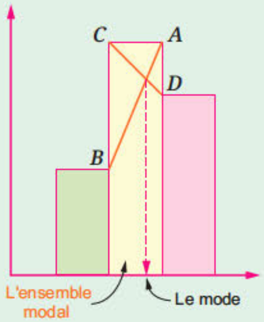
$$\therefore Q_2 = 3 + 12 = 15$$



Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 0	0
inférieure à 6	6
inférieure à 12	14
inférieure à 18	26
inférieure à 24	36
inférieure à 30	40

3 Le mode d'une distribution des données par intervalles

Tu peux estimer le mode d'une distribution des donnés par intervalles en traçant l'histogramme et en déterminant l'ensemble le plus répété, appelé l'ensemble modal, puis en déterminant le point d'intersection de $\overline{CD}$ et $\overline{AB}$ sur l'axe horizontal, ce qui donne la valeur du mode.



Auto-évaluation (4)

Quatre-vingts oranges ont été choisies au hasard dans le service de contrôle qualité dans l'une des usines de jus de fruits, puis pesées. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant:

Poids (grammes)	Nombre d'oranges
75 –	4
100 –	8
125 –	16
150 –	32
175 –	14
200 –	6

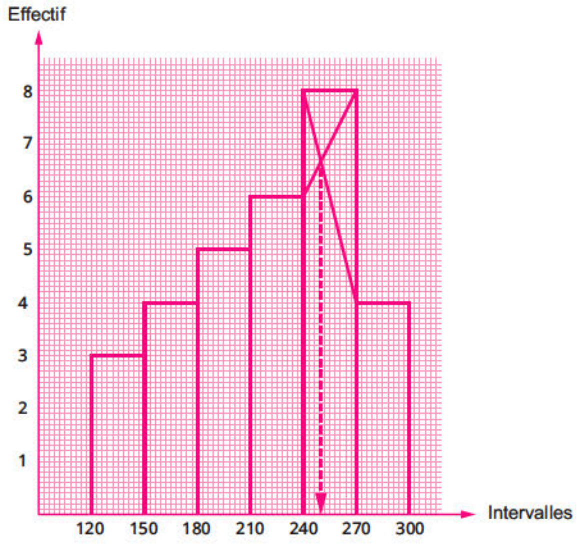
Estime le mode du poids des oranges à l'aide de l'histogramme.

Exemple 4

L'ensemble des données suivant indique les temps d'utilisation du téléphone portable (en minutes) de trente étudiants universitaires au cours d'une journée.

Temps (minute)	120 –	150 –	180 –	210 –	240 –	270 –
Nombre d'étudiants	3	4	5	6	8	4

Estime le mode des temps d'utilisation du téléphone portable à l'aide de l'histogramme .



Le mode $\approx$ 250 minutes

Évaluation de la leçon

Premièrement **Mesurer les concepts**

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

(1) Quel est le centre du deuxième intervalle dans les intervalles:
5 –; 15 –; 25 –; 35 – ?
(a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

(2) Si $\Sigma f = 50$ et $\Sigma (f.X_m) = 800$,quelle est la moyenne arithmétique de $\overline{X}$?
(a) 16 (b) 160 (c) 750 (d) 850

(3) Si la borne supérieure d'un intervalle est 18 et son centre est 15,5, quelle est la borne inférieure de cet intervalle?
(a) 12 (b) 12,5 (c) 13 (d) 13,5

(4) Le tableau des effectifs suivant indique les notes de 150 étudiants en mathématiques:

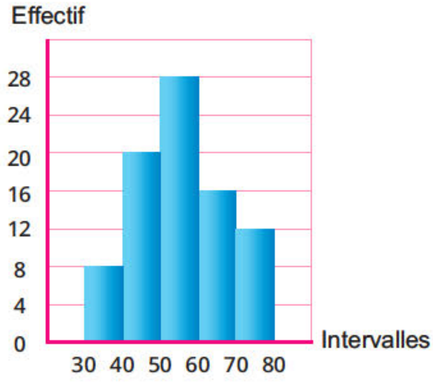
Notes	4 –	12 –	20 –	28 –	36 –	44 –	52 –	Total
Effectif	15	$3k$	$4k$	32	25	22	14	150

① Quelle est la valeur de k?
(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7

② Quel est l'ordre de la médiane?
(a) 37,5 (b) 75 (c) 112,5 (d) 150

③ Quelle est la valeur de la médiane?
(a) 28 (b) 32,5 (c) 34,5 (d) 36

(5) À partir de l'histogramme ci-contre , quelle est l'intervalle du mode?
(a) 30 –
(b) 40 –
(c) 50 –
(d) 70 –



(6) Le tableau des effectifs cumulés croissants ci-contre indique le nombre d'heures de travail hebdomadaires pour 40 ouvriers dans l'une des usines, quelle est la valeur de la médiane?
(a) 28,75
(b) 30,25
(c) 24,75
(d) 31,25

Bornes supérieures des intervalles	Effectif
inférieure à 20	0
inférieure à 24	2
inférieure à 28	7
inférieure à 32	23
inférieure à 36	35
inférieure à 40	38
inférieure à 44	40

Deuxièmement Appliquer les concepts

(7) Le tableau suivant indique la dépense moyenne de l'étudiant au sein d'une école pour le nombre de cinquante élèves de deuxième année préparatoire.

Dépense (en livres)	0 –	10 –	20 –	30 –	40 –	50 –
Effectif	7	12	15	9	5	2

Estime la moyenne arithmétique de la dépense quotidienne.

(8) Le tableau suivant indique l'âge des enseignants inscrits à un cours de formation sur la sécurité et la sûreté des établissements d'enseignement.

Âges (en années)	26 –	30 –	34 –	38 –	42 –	46 –
Effectif	4	10	28	35	15	8

Trace l'histogramme et estime l'âge modal.

(9) Le tableau suivant indique le poids de 40 personnes (en kilogrammes) pour s'inscrire à l'un des programmes de perte de poids.

Intervalles	70 –	80 –	90 –	100 –	110 –	120 –	130 –
Effectif	2	5	9	12	7	3	2

Estime la médiane graphiquement.

(10) Le tableau suivant indique la distribution des effectifs des notes de 40 étudiants dans l'un des examens.

Intervalles	5 –	10 –	15 –	20 –	25 –	Total
Effectif	k	10	$3k$	8	$k+2$	40

Trouve la valeur de k, puis estime la valeur de la médiane.

Troisièmement L'analyse et l'intégration des disciplines

(11) Le tableau suivant indique la consommation mensuelle d'électricité en kilowattheures pour 100 maisons.

Intervalles (K.W.h)	0 –	100 –	200 –	300 –	400 –	500 –	600 –
Effectif	4	10	28	35	15	6	2

(1) Estime la moyenne arithmétique de la consommation.
(2) Estime la médiane.
(3) Estime le mode.
(4) Mets en ordre les valeurs des mesures obtenues par ordre croissant.

Pensée créative

(12) La durée de vie de deux piles de types différents A et B, a été testée, puis cinquante piles de chaque type ont été choisies au hasard et testées de la même manière. La durée de vie de chaque pile a ensuite été enregistrée en heures. Les résultats des tests sont présentés dans le tableau ci-contre.
Estime la médiane de la durée de vie de chaque type et compare-les.

Durée (heure)	0 –	5 –	10 –	15 –	20 –	25 –	30 –
Effectif du type A	3	5	8	10	12	7	5
Effectif du type B	1	2	10	20	9	4	4

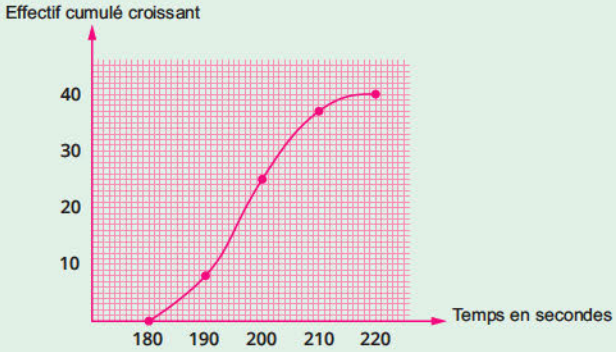
Évaluation de l'unité 4

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 4? Coche la case appropriée. ☐ ☐ ☐ ☐

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

① On a demandé à 40 étudiants de résoudre une énigme simple et les temps qu'ils ont mis pour la résolution ont été enregistrés en secondes. Les résultats ont été représentés graphiquement à l'aide de la courbe des cumulés croissants suivante.



Combien d'étudiants ont mis 3,5 minutes ou plus?

(a) 30 (b) 35

(c) 37 (d) 3

② À partir du tableau des effectifs cumulés croissants ci-contre. Quelle est la valeur de la médiane?

(a) 154,9

(b) 155,9

(c) 157,9

(d) 160,9

Bornes supérieures des intervalles	Effectif cumulé croissant
inférieure à 142	0
inférieure à 148	4
inférieure à 154	12
inférieure à 160	32
inférieure à 166	44
inférieure à 172	50

③ Si la moyenne arithmétique $(\overline{X})$ du tableau des effectifs est 24,5 et que $\Sigma\,(f.X_m) = 980$, quelle est la valeur de Σf?

(a) 40 (b) 50 (c) 60 (d) 70

④ Quel est le centre du troisième intervalle dans les intervalles 6 –; 10 –; 14 –; 18 –; ... ?

(a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 18

▸ **Complète chacun de ce qui suit avec la bonne réponse à l'aide du tableau des effectifs suivant:**

Intervalles	2 –	6 –	10 –	14 –	18 –	22 –	26 –	Total
Effectif	k	6	7	11	8	k^2+1	1	40

⑤ La valeur de $k =$ ....

⑥ La moyenne arithmétique = ...

⑦ L'ordre de la médiane = ...

⑧ La médiane = ...

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

⑨ Si la moyenne arithmétique de la distribution des effectifs suivante est 36,6, trouve la valeur de X et k.

Notes	10 –	20 –	30 –	X –	50 –
Effectif	12	20	k	30	15

⑩ Le tableau suivant indique la masse de 50 élèves en kilogrammes dans une école. Trace l'histogramme et trouve la masse modale.

Masses (kg)	30 –	35 –	40 –	45 –	50 –	55 –	60 –
Effectif	6	10	12	8	6	5	3

11. D'après le tableau des effectifs suivant:

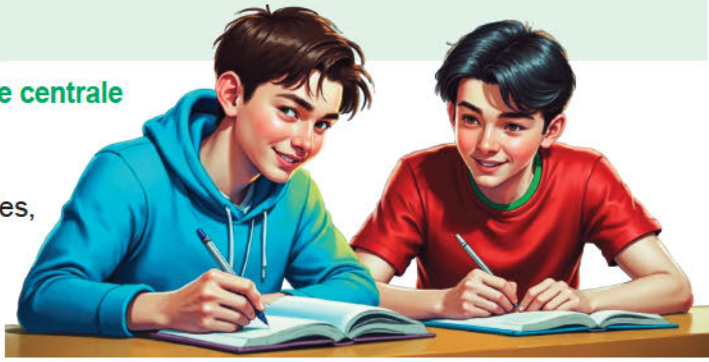
Intervalles	2 –	6 –	10 –	14 –	18 –	22 –	26 –	Total
Effectif	4	6	11	k	14	8	5	60

Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et représente-le graphiquement et estime la valeur de la médiane à partir du graphique.

12. À partir du tableau des effectifs cumulés croissants ci-contre, dresse un tableau des données par intervalles, puis trouve l'intervalle modal.

Bornes supérieures des intervalles	Effectif
inférieure à 10	0
inférieure à 15	3
inférieure à 20	9
inférieure à 25	16
inférieure à 30	24
inférieure à 35	33
inférieure à 40	44
inférieure à 45	50

Activité de l'unité 4 Les mesures de la tendance centrale



▸ **L'objectif de l'activité:** Dresse un tableau des données par intervalles à partir de données réelles, et calcule les mesures de la tendance centrale.

▸ **Les étapes de l'activité:**

Collabore avec deux de tes camarades de classe et essaie de faire ce qui suit:

1. Choisis une des situations de la vie quotidienne que tu vis (au club, dans un parc, au marché, dans la cour de l'école) et recueille un certain nombre de données sur cette situation.
2. Organise ces données dans un tableau des données par intervalles .
3. Calcule les mesures de la tendance centrale (la moyenne arithmétique, la médiane, le mode) à partir de ce tableau, en traçant les graphiques nécessaires pour chaque la médiane et le mode.

Évaluation finale

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des sujets de la deuxième année préparatoire? Coche la case appropriée.

Premier groupe

▸ **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

1. Quel est l'inverse du nombre $-\sqrt{2}$ sous la forme la plus simple?

   (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Quel est le résultat de $\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$?

   (a) 0 (b) 1 (c) $\sqrt[3]{2}$ (d) 2

3. Si $x^3 + y^3 = 20$ et $x^2 - xy + y^2 = 4$, quelle est la valeur de $2x + 2y$?

   (a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

4. Quel est l'ensemble de solution de l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$ dans R ?

   (a) {1 ; 3} (b) {– 1 ; – 3} (c) {1 ; – 3} (d) {– 1 ; 3}

5. Si $a + b = 2\sqrt{5}$ et $c - d = \sqrt{5}$, quelle est la valeur de l'expression $ac - ad + bc - bd$?

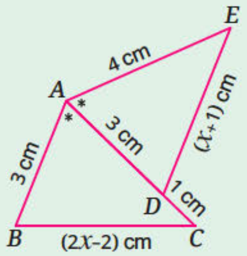
   (a) $\sqrt{5}$ (b) $3\sqrt{5}$ (c) 10 (d) 20

6. **Dans la figure ci-contre:**

   quelle est la valeur de x?

   (a) 1 (b) 2

   (c) 3 (d) 4



7. Quel est le nombre de côtés du polygone dont la somme des angles intérieurs est de 1980°?

   (a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13

8. Si le début de l'intervalle est 15 et son centre 17,5 , quelle est la longueur de l'intervalle?

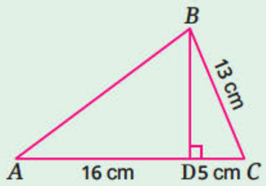
   (a) 5 (b) 10 (c) 20 (d) 25

9. **Dans la figure ci-contre:**

   quelle est la longueur de $\overline{AB}$?

   (a) 12 cm (b) 25 cm

   (c) 20 cm (d) 16 cm



Deuxième groupe

▸ **Réponds aux questions suivantes:**

① Si $X =]-4\,;1]$ et $Y = [-2\,;5[$, trouve sous forme d'intervalle à l'aide de la droite numérique , ce qui suit:

① $X \cap Y$ ② $X \cup Y$ ③ $Y - X$

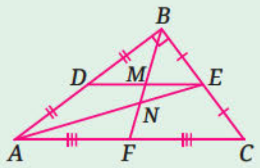
② Simplifie l'expression $\dfrac{(\sqrt{3})^{2n+3}}{(\sqrt{2})^{1-n} \times (\sqrt{6})^{n-1}}$ à la forme la plus simple,

puis trouve la valeur du résultat lorsque $n = 0$

③ **Dans la figure ci-contre:**

si la longueur de $\overline{DE} = 6$ cm,

trouve avec la démonstration la longueur de $\overline{MN}$.

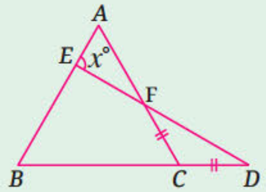


④ **Dans la figure ci-contre:**

ABC est un triangle équilatéral.

$CF = CD$ et $\overline{AC} \cap \overline{ED} = \{F\}$

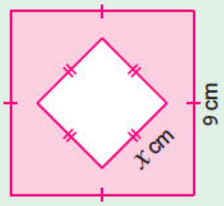
Trouve avec la démonstration la valeur de x.



⑤ **Factorise chacun de ce qui suit:**

① $4x^2 - 25$ ② $b^3 - 8$ ③ $4x^2 + 14x - 30$

⑥ Exprime l'aire de la partie ombrée dans la figure ci-contre comme un produit de deux facteurs.



⑦ Trouve la moyenne arithmétique de la distribution de données par intervalles suivante:

Intervalles	5 –	15 –	25 –	35 –	Total
Effectif	6	8	k	2	20

Mathématiques

La deuxième préparatoire
Le premier semestre
2025 - 2026

ألوان الغلاف	وزن الغلاف	ألوان المتن	وزن المتن	المقاس
4 لون	180 جم كوشيه	4 لون	70 جم ورق أبيض	19 × 27 سم

Mathématiques

Deuxième Préparatoire
Premier Semestre
2025 - 2026

Livre de l'élève

Mathématiques

Deuxième Préparatoire Premier Semestre

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفنى

الإدارة المركزية لتطوير المناهج
CACD
Central Administration Of Curriculum Development

GPS
للطبع والنشر والتوزيع

رؤية 2030
VISION DE L'ÉGYPTE